

Oprichtgever:

RIKZ Middelburg

Sedimenttransport modellering  
Westerschelde

Verslag

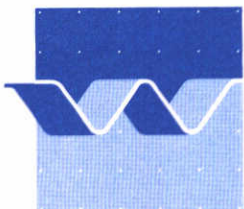
augustus 1999

# Sedimenttransport modellering Westerschelde

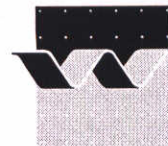
P.M.C. Thoolen, Z.B. Wang

Verslag

augustus 1999



**wL | delft hydraulics**



**KLANT:** Rijksinstituut voor Kust en Zee van het  
Directoraat Generaal Rijkswaterstaat  
Middelburg

**TITEL:** Sediment Transport Modelling Westerschelde

**SAMENVATTING:**

De in dit rapport beschreven studie maakt onderdeel uit van een onderzoek dat als doel heeft uiteindelijk een operationeel 2D/3D morfodynamisch model voor de Westerschelde op te zetten. Op dit moment wordt er langs twee lijnen gewerkt: procesmodellering op basis van Delft3D enerzijds en geïdealiseerde modellen anderzijds. De twee werkwijzen en daarmee samenhangende typen modellen zijn complementair aan elkaar.

In deze studie wordt onderzocht of en hoe de studies langs de twee lijnen te integreren zijn, zodat van de voordelen van beide methodes kan worden geprofiteerd. Dit wordt gedaan door eerst met beide methodes voor bepaalde schematisaties te trachten overeenkomstige resultaten te verkrijgen. Van daaruit kunnen dan systematisch de verschillen tussen de twee methodes bestudeerd worden.

Er blijkt dat er nog belangrijke verschillen tussen de geïdealiseerde aanpak en de procesmatige aanpak zijn die aanpassingen behoeven, zowel in Delft3D-MOR als in het geïdealiseerde model. Met name het verschil in de afhandeling van de open randen draagt er toe bij dat met Delft3D-MOR op dit moment de resultaten van de geïdealiseerde aanpak niet te reproduceren zijn.

Daarnaast wordt er in detail gekeken naar de procesmodellering zoals geïmplementeerd in Delft3D. Het betreft hier de parametrisatie van 3D effecten, zoals secundaire stroming in dwarsrichting, die in een 2Dh simulatie kunnen worden meegenomen zodat er een quasi 3D aanpak ontstaat. In de procesmodellering zoals geïmplementeerd in Delft3D-MOR zijn in een eerdere studie een aantal tekortkomingen geconstateerd. In de huidige studie wordt een aanpassing voorgesteld om de simulatie van de secundaire stroming in dwarsrichting door Delft3D-MOR te verbeteren. Verder wordt er een eenvoudige formulering voorgesteld waarmee de secundaire stroming in langsricting en de invloed ervan op de secundaire stroming in dwarsrichting in een quasi 3D berekening kan worden meegenomen.

**REFERENTIES:**

REV.	AUTEUR	DATUM	OPMERKINGEN	REVIEW	GOEDKEURING
1.0	P.M.C. Thoolen	10/8/1999		Z.B. Wang	T. Schilperoort
	Z.B. Wang	19/8/1999		H.J. de Vriend	T. Schilperoort

**TREFWOORDEN**

**INHOUD**

**STATUS**

Westerschelde, 2D suspensief sedimenttransport, secundaire stroming, Delft2D-MOR, geïdealiseerde modellen

TEXT PAG'S: 35  
TABELLEN:  
FIGUREN: 7  
APPENDICES

- VOORLOPIG
- CONCEPT
- DEFINITIEF

PROJECT NUMMER: Z2649

# Inhoud

<b>1</b>	<b>Inleiding.....</b>	<b>1-1</b>
1.1	Doel van het project.....	1-1
1.2	Achtergrond van het project .....	1-1
1.3	Detailuitwerking studie-opzet.....	1-2
	1.3.1 Inleiding.....	1-2
	1.3.2 Plan van aanpak .....	1-3
<b>2</b>	<b>Integratie procesmodellering en geïdealiseerde modellen .....</b>	<b>2-1</b>
2.1	Modelspecificaties .....	2-1
	2.1.1 Inleiding.....	2-1
	2.1.2 Ondiep water vergelijkingen.....	2-1
	2.1.3 Suspensief transport en bodemevolutie .....	2-2
2.2	Modelsimulaties.....	2-6
	2.2.1 Inleiding.....	2-6
	2.2.2 Beschrijving van de simulaties .....	2-7
2.3	Analyse van de simulaties .....	2-8
	2.3.1 Analyse 10 km bekken.....	2-8
	2.3.2 Analyse 50 km bekken.....	2-8
	2.3.3 Analyse 110 km bekken.....	2-9
2.4	Conclusies.....	2-9
<b>3</b>	<b>Analyse 3D stromingsstructuur.....</b>	<b>3-1</b>
3.1	Secundaire stroming in dwarsrichting door Coriolis.....	3-1
3.2	Analyse secundaire stroming in langsrichting.....	3-2
	3.2.1 Gravitationele circulatie .....	3-3
	3.2.2 Versnelling in de tijd.....	3-5
	3.2.3 Versnelling in de ruimte.....	3-6
	3.2.4 Interactie langs- en dwarsrichting.....	3-7
	3.2.5 Effect op morfologische ontwikkeling .....	3-9
3.3	Mogelijke implementatie .....	3-10
	3.3.1 Het huidige modelsysteem.....	3-10
	3.3.2 Mogelijk uitbreidingen .....	3-11

---

<b>4</b>	<b>Conclusies en aanbevelingen.....</b>	<b>4-1</b>
4.1	Integratie procesmodellering en geïdealiseerde modellen.....	4-1
4.2	Analyse 3D stromingsstructuur .....	4-2

## **A Referenties**

### **Figuren**

# I Inleiding

## I.1 Doel van het project

Het doel van het project is aan te tonen dat in een (sterk) geschematiseerde geometrie van de Westerschelde het gemodelleerde morfodynamisch gedrag met behulp van een procesmodel, gebaseerd op Delft3D-MOR, dezelfde oplossing geeft als een geïdealiseerd model van de Westerschelde. Met name de vorming en de ontwikkeling van drempels in een estuarium is hierbij van groot belang. Het onderzoek zal zich richten op de verificatie van de verbeteringen zoals gesuggereerd in Thoolen en Wang, 1999 (ref [4]).

## I.2 Achtergrond van het project

In 1998/1999 jaar hebben zowel het IMAU als het WL gewerkt aan de morfodynamische modellering van de Westerschelde. De twee studies zijn gerapporteerd in respectievelijk ref [3] en ref [4].

In de studie van IMAU (ref [3]) is tot nu toe gekeken naar 1D lange-termijn evenwichten van estuaria zoals de Westerschelde. Dit werk wordt in de komende twee jaar verder uitgebouwd naar een 2D geïdealiseerd model met een lineaire en (zwak) niet-lineaire stabiliteitsanalyse.

Bij de studie ref [4] is door middel van een diepgaand onderzoek vastgesteld dat er nog enige belangrijke zaken ontbreken in het huidige Delft3D-MOR systeem. Bij dit onderzoek is het modelsysteem ingezet met de vraag: hoe goed is het systeem en welke processen zijn dominant bij toepassing in de Westerschelde? Bij de validatie zijn opties als morfologisch getij, bodemhellingseffect, totaal of suspensief transport en toepassing van secundaire stroming gebruikt. De overall conclusie van het project was dat meenemen van meer processen in een 2D berekening op dit moment niet vanzelfsprekend betere resultaten geeft. Er is vastgesteld dat er nog een aantal punten in het Delft3D-MOR systeem aandacht behoeven. Deze betreffen:

- secundaire stroming in langsrichting. Dit ontbreekt nog in het Delft3D-MOR systeem.
- Secundaire stroming in de langsrichting wordt met name veroorzaakt door dichtheidseffect, versnelling/vertraging van de stroming in tijd en ruimte,
- secundaire stroming in de langsrichting beïnvloedt de morfodynamische ontwikkeling direct via effect op het resttransport en indirect via effect op de secundaire stroming in de dwarsrichting.

Bij het IMAU wordt er gewerkt aan geïdealiseerde modellen, waarmee gezocht wordt naar stabiele (en mogelijk instabiele) oplossingen van het morfodynamische systeem. Op basis van ref [3] wordt nu de stap gezet van een 1D model naar een 2D model, waarmee men globale fenomenen in de Westerschelde hoopt te kunnen beschrijven. Verder wordt er bij

IMAU gewerkt aan een lokaal 3D model (ref.[2]), waarmee men de lokale structuren hoopt te vangen. Men houdt hierbij rekening met de Coriolis versnelling en gaat uit van een systeem met vlakke bodem en rechte wanden. Met behulp van een lineaire stabiliteitsanalyse wil men het meander gedrag van het systeem analyseren en mogelijk volgt dan de drempelvorming bij een (zwak) niet-lineaire analyse.

## 1.3 Detailuitwerking studie-opzet

### 1.3.1 Inleiding

De huidige studie maakt onderdeel uit van een onderzoek dat als doel heeft uiteindelijk een operationeel 2D/3D morfodynamisch model voor de Westerschelde op te zetten. Zoals in het voorgaande hoofdstuk is beschreven wordt er op dit moment langs twee lijnen gewerkt: procesmodellering op basis van Delft3D enerzijds en geïdealiseerde modellen anderzijds. De twee werkwijzen en daarmee samenhangende typen modellen zijn complementair aan elkaar.

#### Procesmodellering op basis van Delft3D

De procesmodellering op basis van Delft3D betreft de parametrisatie van 3D effecten zoals secundaire stroming in dwarsrichting, zodat dit in een 2Dh simulatie kan worden meegenomen en er een quasi 3D aanpak ontstaat. In de langsrichting wordt verondersteld dat de verticale snelheidsverdeling logaritmisch is. In de dwarsrichting worden de secundaire stroming ten gevolge van kromming van stroomlijnen en ten gevolge van Coriolis effecten meegenomen. In de procesmodellering zoals geïmplementeerd in Delft3D-MOR zijn echter in het onderzoeksrapport (ref [4]) een aantal tekortkomingen geconstateerd. Deze betreffen

- de manier waarop de secundaire stroming in dwarsrichting, veroorzaakt door Coriolis effecten, in het 2Dh model is verdisconteerd,
- de (verschillende) afwijkingen tijdens eb en vloed van de snelheidsprofielen ten opzichte van het logaritmisch profiel (secundaire stroming in langsrichting veroorzaakt door tijdafhankelijke versnellings- en vertragingstermen),
- de afwijking van het snelheidsprofiel ten opzichte van het logaritmisch profiel veroorzaakt door scherpe diepteverschillen zoals de aanwezigheid van een getijdeplaat (secundaire stroming in langsrichting veroorzaakt door ruimtelijke versnellings- en vertragingstermen),
- de afwijking van het snelheidsprofiel ten opzichte van het logaritmisch profiel veroorzaakt door horizontale dichtheidsverschillen (secundaire stroming in langsrichting veroorzaakt door gravitatie circulatie).

Bovengenoemde punten worden in de huidige studie nader geanalyseerd. Het resultaat van deze analyse moet de volgende conclusies en aanbevelingen bevatten:

- wat is er eventueel mis aan de manier waarop in Delft3D de parametrisatie van de secundaire stroming in dwarsrichting door Coriolis effecten is geïmplementeerd,
- welke van de bovengenoemde processen zijn de belangrijkste bij het genereren van secundaire stroming in langsrichting

- is een quasi 3D aanpak mogelijk voor de simulatie van drempels in de Westerschelde gezien het optreden van secundaire stroming in langsrichting, of is een 3D aanpak noodzakelijk
- is er een methode om de huidige quasi 3D aanpak uit te breiden met de effecten van secundaire stroming in langsrichting, en zo ja, kan er een aanzet gegeven worden tot de te gebruiken formulering?

### **Het gebruik van geïdealiseerde modellen**

Geïdealiseerde modellen, zoals gebruikt in het onderzoek ref [3] zijn zeer schematische modellen van estuaria die zoveel mogelijk de essentiële fysica voor het simuleren van lange termijn morfodynamica bevatten maar die toch nog eenvoudig genoeg zijn om met mathematische methodes te analyseren.

De doelstellingen van het onderzoek door het IMAU zijn

- Het vaststellen of er morfodynamische evenwichten bestaan,
- het bekijken van de stabiliteit van deze evenwichten,
- het bestuderen van het lange termijngedrag van geulen en platen, en
- het onderzoeken van de gevoeligheid van morfodynamische evenwichten op ingrepen.

### **Integratie procesmodellering en geïdealiseerde modellen**

In het huidige project wordt onderzocht of en hoe de studies langs de twee lijnen te integreren zijn, zodat van de voordelen van beide methodes kan worden geprofiteerd. Dit wordt gedaan door eerst met beide methodes voor bepaalde schematisaties te trachten overeenkomstige resultaten te verkrijgen. Van daaruit kunnen dan systematisch de verschillen tussen de twee methodes bestudeerd worden.

## **1.3.2 Plan van aanpak**

### **Analyse procesmodellering op basis van Delft3D**

De analyse van de parametrisatie van de secundaire stroming in dwarsrichting veroorzaakt door Coriolis, zoals geïmplementeerd in Delft3D-MOR, betreft in principe een controle van de gebruikte formuleringen en een controle van de Fortran code. Er zal met name worden gekeken hoe de formuleringen doorwerken bij kentering (d.w.z. bij snelheden gelijk aan 0) en er zal een aanzet worden gegeven hoe een en ander eventueel verbeterd kan worden.

De analyse van de processen die secundaire stroming in langsrichting veroorzaken, betreft een kwantitatieve analyse. Hierbij wordt het relatieve belang van de genoemde processen beschouwd ten opzichte van elkaar en ten opzichte van de grootte van de hoofdstroming en de secundaire stroming in dwarsrichting. Als het relatieve belang gekwantificeerd is dan kan worden beoordeeld

- welke van de onderzochte processen de belangrijkste zijn bij het genereren van secundaire stroming in langsrichting
- of, en onder welke omstandigheden, de huidige quasi 3D aanpak (zonder secundaire stroming in langsrichting) mogelijk is



- of het mogelijk is om de huidige quasi 3D aanpak uit te breiden met de effecten van secundaire stroming in langsrichting, en zo ja, welke oplossingsrichting voor deze methode kan worden gegeven.

### **Integratie procesmodellering en geïdealiseerde modellen**

De aanzet tot de integratie van procesmodellering en geïdealiseerde modellen wordt als volgt gegeven:

op basis van Delft3D-MOR wordt een model opgezet, zodanig vereenvoudigd, dat de gebruikte fysische formuleringen in het model zoveel mogelijk overeenkomen met de formuleringen gebruikt in het geïdealiseerde model. Met het vereenvoudigde procesmodel wordt dan onderzocht of de resultaten van het overeenkomstige geïdealiseerde model te reproduceren zijn. Deze stap vormt dus een toetsing van het procesmodel.

Het vereenvoudigde procesmodel zal bestaan uit een schematisatie van een estuarium d.m.v. een 'rechte bak' met een grote hoeveelheid roostercellen in de stroomrichting en een beperkt aantal roostercellen in de dwarsrichting zodat het model bijna ééndimensionaal is. De bovenstroomse rand is gesloten en op de benedenstroomse rand worden een  $M_2$  getij en een  $M_4$  getij gezet met een amplitude- en faseverhouding zoals gebruikt in het IMAU onderzoek. In dit laatste onderzoek is gewerkt met een continu spectrum van bekkenlengtes. Dit is met Delft3D-MOR niet mogelijk omdat ieder bekkenlengte een afzonderlijk model voorstelt. Uitgaande van een getijgolflengte  $L_g = 550$  km, worden drie procesmodellen opgezet. In één model wordt een kort bekkenlengte van ca 10 km genomen, het tweede procesmodel simuleert een bekken van 50 km en het laatste model representeert een lang bekken van 110 km.

Het sedimenttransport wordt gemodelleerd met de formulering zoals toegepast in de studie van IMAU. In deze formulering is de erosie en/of sedimentatie evenredig aan het kwadraat van de snelheid. De simulaties betreffen een  $x$ -aantal keer een cyclisch getij van 750 minuten (dit is ongeveer de  $M_2$ -periode), waarbij wordt onderzocht of er een evenwicht zal, of kan gaan, ontstaan.

In het IMAU onderzoek is de bodemwrijvingsterm in de impulsvergelijking gelineariseerd. In Delft3D wordt in de impulsvergelijking een kwadratische term voor de bodemwrijving gebruikt. Dit kan tot verschillen leiden tussen de Delft3D resultaten en de resultaten van het geïdealiseerde model. In eerste instantie zal in de Delft3D simulaties gewoon de kwadratische wrijvingsterm gebruikt worden.

## 2 Integratie procesmodellering en geïdealiseerde modellen

### 2.1 Modelspecificaties

#### 2.1.1 Inleiding

In deze paragraaf wordt systematisch nagegaan welke verschillen er bestaan tussen de geïdealiseerde en procesmatige modelaanpak. Kleine, of makkelijk te implementeren verschillen zijn voor de duur van deze studie in Delft3D-MOR aangepast. De overige verschillen zijn hier slechts beschreven en zo mogelijk gekwantificeerd.

#### 2.1.2 Ondiep water vergelijkingen

##### Afhandeling wrijvingsterm

In het geïdealiseerde model van IMAU wordt de waterbeweging beschreven door de dieptegemiddelde ondiep water vergelijkingen voor een homogene vloeistof:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial (h + \zeta)u}{\partial x} = 0 \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{u \partial u}{\partial x} + g \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \hat{r} \frac{\bar{u}}{h + \zeta} = 0 \quad (2.2)$$

met

$$\hat{r} = \frac{8UC_D}{3\pi}, \text{ een maat voor de wrijvingskracht, en}$$

U = karakteristieke snelheid

C<sub>D</sub> = drag coëfficiënt

h = waterdiepte

De wrijving in vergelijking (2.2) is dus evenredig met  $\bar{u}$ .

In Delft3D-MOR is de wrijvingsterm gelijk aan

$$\frac{\tau_b}{\rho(h + \zeta)} = \frac{g\bar{u}^{-2}}{(h + \zeta)C^2}, \quad (2.3)$$

met

$C$  = Chezy coëfficiënt.

De wrijving in vergelijking (2.3) is dus evenredig aan  $\bar{u}^2$

De drag coëfficiënt  $C_D$  is gerelateerd aan de Chezy coëfficiënt  $C$  via

$$C_D = \frac{g}{C^2}$$

Voor bijv.  $C_D=0.002$  en  $C_D=0.001$  geldt dan  $C = 70 \text{ m}^{1/2}/\text{s}$  en  $C = 99 \text{ m}^{1/2}/\text{s}$  respectievelijk.

### Randvoorwaarden

Bij het oplossen van vergelijkingen (2.1)-(2.3) zijn randvoorwaarden nodig. In het IMAU onderzoek worden de volgende randvoorwaarden gebruikt:

*Open rand:*

Hier wordt een combinatie van een M2- en een M4-getij opgelegd

*Gesloten rand:*

Er wordt geen echte gesloten rand gehanteerd, maar geleidelijk opgaande bodem. Bij de waterlijn wordt vereist dat  $\frac{\partial u}{\partial x}$  eindig is (kinematische randvoorwaarde, zie ref[3])

In Delft3D-MOR wordt aan de open rand hetzelfde getij opgelegd. Aan de gesloten rand wordt opgelegd dat de snelheid loodrecht op de rand gelijk is aan 0. Omdat dichtbij de gesloten rand de bodemdiepte klein is, en er wordt gerekend met een getijbeweging, kan de locatie van de gesloten rand zich gedurende een getij in de richting van de open rand bewegen. Dit gebeurt zodra de diepte in een rekencel kleiner is dan een vooraf gekozen waarde. Met behulp van een droogval procedure wordt dan de snelheid loodrecht op de rekencel op nul gezet, waardoor deze cel (tijdelijk) fungeert als gesloten rand, totdat de diepte weer voldoende groot is. In Delft3D-MOR kan de locatie van de gesloten rand zich echter nooit landinwaarts bewegen omdat er met een eindig rooster gerekend wordt. Landinwaarts is het model dus altijd begrensd. Dit is echter geen beperking zolang de bodemschematisatie van het model een gebied beslaat dat groot genoeg is.

## 2.1.3 Suspensief transport en bodemevolutie

### Transportvergelijking

In het geïdealiseerde model van IMAU wordt het (suspensieve) sedimenttransport beschreven door de advectie-diffusie vergelijking als volgt:

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{u}\bar{c} - D \frac{\partial \bar{c}}{\partial x})}{\partial x} = E, \quad (2.4)$$

met

$$E = \alpha \bar{u}^2 - \gamma \bar{c}$$

en

$\alpha$	=	coëfficiënt gerelateerd aan sediment eigenschappen	[kgs/m <sup>4</sup> ]
$D$	=	constante diffusiecoëfficiënt	[m <sup>2</sup> /s]
$\gamma$	=	coëfficiënt gerelateerd aan valsnelheid en verticale menging	[1/s]
$\bar{c}$	=	dieptegeïntegreerde sedimentconcentratie	[kg/m <sup>2</sup> ]
$\bar{u}$	=	dieptegemiddelde snelheid	[m/s]

De term  $\alpha \bar{u}^2$  is een parametrisatie van de resuspensie processen, en de term  $\gamma \bar{c}$  representeert de sedimentatie van het (niet cohesieve) sediment.

De rechterterm in vergelijking (2.4) is een parametrisatie van

$$E = \left( -cw_s + \varepsilon_z \frac{\partial c}{\partial z} \right)_{z=z_0} = \frac{\partial S}{\partial x} + \frac{\partial hc}{\partial t} \quad (2.5)$$

met

$\varepsilon_z$  = verticale uitwisselingscoëfficiënt

$w_s$  = valsnelheid

$c$  = sedimentconcentratie

$S$  = suspensief sedimenttransport in langsrichting

$z_0$  = bodemniveau waarboven suspensief transport plaatsvindt

Vergelijking (2.5) beschrijft de verticale uitwisseling aan de bodem.

In Delft3D-MOR wordt het sedimenttransport (voor slib) beschreven door de advection-diffusievergelijking (hier alleen in x-richting genoteerd) als volgt:

$$\frac{\partial hc}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{u}hc - hD \frac{\partial c}{\partial x})}{\partial x} = E, \quad (2.6)$$

met

$$E = M \left( \frac{\tau_b}{\tau_e} - 1 \right) = M \left( \rho g \frac{\bar{u}^2}{\tau_e C^2} - 1 \right), \text{ resuspensie als } \tau_b > \tau_e \quad (2.7)$$

$$E = -\left(1 - \frac{\tau_b}{\tau_d}\right) c w_s = -\left(1 - \rho g \frac{\overline{u^2}}{\tau_d C^2}\right) c w_s, \text{ depositie als } \tau_b < \tau_d$$

en

$c$	= dieptegemiddelde sedimentconcentratie	[kg/m <sup>3</sup> ]
$C$	= Chezy coëfficiënt	
$\tau_b$	= bodemschuifspanning	[Pa]
$M$	= erosie parameter	[kg/m <sup>2</sup> s]
$w_s$	= valsnelheid	[m/s]

Om Delft3D-MOR zoveel mogelijk consistent te maken met de methode zoals gebruikt door IMAU wordt  $E$  in het rechterlid van vergelijking (2.6) berekend met behulp van de uitdrukking:

$$E = \alpha \overline{u^2} - \gamma h c \quad (2.8)$$

in plaats van met behulp van de uitdrukkingen in vergelijkingen (2.7).

In vergelijking (2.8) stelt  $c$  weer de dieptegemiddelde concentratie voor, met als dimensie [kg/m<sup>3</sup>].

### Afhandeling diffusie-term

Een van de verschillen in de aanpak van IMAU en de aanpak m.b.v. Delft3D-MOR is de berekening van de diffusie-term in vergelijkingen (2.4) (IMAU) en (2.6) (Delft3D-MOR systeem). Het Delft3D-MOR systeem lost de dieptegemiddelde concentratie met eenheid [kg/m<sup>3</sup>] op uit de vergelijking terwijl door het IMAU de dieptegeïntegreerde concentratie met eenheid [kg/m<sup>2</sup>] uit de vergelijking wordt opgelost. Dit verschil is ontstaan door een verschil in de manier waarop de 3D advectie-diffusie vergelijking over de diepte wordt geïntegreerd om een 2D vergelijking te verkrijgen.

De integratie van de diffusie-term uit de 3D vergelijking wordt in Delft3D-MOR door de volgende afleiding beschreven (onder aanname van een constante diffusiecoëfficiënt  $D$ ):

$$D \int_{z_0}^{z_0+h} \frac{\partial c(x, z)}{\partial x} dz = D \left( \frac{\partial}{\partial x} \int_{z_0}^{z_0+h} c dz - c(x, z_0 + h) \frac{\partial(z_0 + h)}{\partial x} + c(x, z_0) \frac{\partial z_0}{\partial x} \right) = \quad (2.9)$$

$$D \left( \frac{\partial}{\partial x} \int_{z_0}^{z_0+h} c dz - c(x, z_0 + h) \frac{\partial h}{\partial x} + (c(x, z_0) - c(x, z_0 + h)) \frac{\partial z_0}{\partial x} \right)$$

Onder aanname van een bijna uniforme concentratieverdeling waarvoor geldt

$$c(x, z_0) \approx c(x, z_0 + h) \approx \frac{1}{h} \int_{z_0}^{z_0+h} c(x, z) dz \equiv \tilde{c}(x) \quad (2.10)$$

kunnen we vergelijking (2.9) herschrijven tot

$$D \int_{z_0}^{z_0+h} \frac{\partial c(x, z)}{\partial x} dz = Dh \frac{\partial \tilde{c}}{\partial x} \quad (2.11)$$

Het verschil tussen vergelijking (2.11) en de term  $D \frac{\partial h \tilde{c}}{\partial x}$  die wordt toegepast door IMAU is

$$D \tilde{c} \frac{\partial h}{\partial x} \quad (2.12)$$

met  $\tilde{c}$  de dieptegemiddelde sedimentconcentratie als gedefinieerd in vergelijking (2.10).

### Evenwichtstransport

In een evenwichtssituatie is de erosie-depositieterm  $E$  gelijk aan 0. Gebruikmakend van vergelijking (2.8) wordt de evenwichtsconcentratie gegeven door

$$c_e = \frac{\alpha u^{-2}}{\gamma h} \quad (2.13)$$

Vergelijking (2.13) toont dat in de Delft3D-MOR berekeningen de evenwichtsconcentratie groot zal worden als de diepte naar nul gaat en de snelheid nog een eindige waarde heeft. Hier is dus sprake van een singulariteit. Omdat in het IMAU onderzoek een evenwichtsconcentratie  $(hc)_e$  uitgerekend wordt hebben zij geen last van de singulariteit.

### Bodemevolutie vergelijking

Na oplossing van vergelijkingen (2.1), (2.2) en (2.4) (of (2.6)) is het sedimenttransport in het bekken bekend en kan (per tijdseenheid) de bodemverandering worden bepaald. Hiertoe moet de continuïteitsvergelijking voor de bodemontwikkeling worden opgelost:

$$\rho_s (1 - \varepsilon_{por}) \frac{\partial z}{\partial t} = E \quad (2.14)$$

met

$\varepsilon_{por}$	= porositeit van de bodem	[-]
$S$	= sedimenttransport	[kg/ms]
$E$	= sedimentatie/erosie snelheid (zie verg. (2.8))	[kg/m <sup>2</sup> s]

Een evenwichtsbodemprofiel zal optreden zodra  $E = 0$ .

### Randvoorwaarden

Bij het oplossen van de transport- en bodemevolutievergelijking zijn randvoorwaarden nodig. In het IMAU onderzoek worden de volgende randvoorwaarden gebruikt:

*open zeerland:*

$$\bar{c}(x, t, D) = \bar{c}(x, t, D = 0) \text{ (geen diffusie aan de rand), en}$$

bodemdiepte  $h = \text{constant}$

*gesloten rand:*

$$U\bar{u}\bar{c} - \frac{D}{L} \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} = 0 \text{ (geen sedimentflux),}$$

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial t}(x, t, D) = \frac{\partial \bar{c}}{\partial t}(x, t, D = 0), \text{ en}$$

bodemdiepte  $h = 0$

In Delft3D-MOR worden de volgende randvoorwaarden toegepast:

*open zeerland:*

$$\tilde{c}(x, t) = \tilde{c}_e \text{ en}$$

bodemdiepte  $h = \text{constant}$ , bij instromende rand

$$\frac{\partial \tilde{c}(x, t)}{\partial x} = 0 \text{ bij uitstromende rand}$$

*gesloten rand:*

sediment flux door de rand = 0.

## 2.2 Modelsimulaties

### 2.2.1 Inleiding

Uit de voorgaande paragraaf blijkt dat er grote verschillen bestaan tussen de manier waarop in Delft3D-MOR en door IMAU de waterbeweging, het sedimenttransport en de morfologische ontwikkeling worden gesimuleerd. Samenvattend zitten de verschillen in

1. de afhandeling van de wrijvingsterm in de waterbewegingsvergelijking
2. het gebruik van dieptegeïntegreerde concentratie ( $\text{kg/m}^2$ ) i.p.v. de dieptegemiddelde concentratie ( $\text{kg/m}^3$ ). Dit geeft verschillen in de afhandeling van de diffusie-term in de transportvergelijking en een singulariteit in de diepte gemiddelde evenwichtsconcentratie bij waterdiepte 0
3. afhandeling van de open en gesloten randvoorwaarden

Punt 1. wordt, vanwege punt 2 en punt 3, in dit stadium niet als essentieel beschouwd bij het eventueel reproduceren van de resultaten van het IMAU onderzoek. Daarom is de Delft3D-MOR software voor de duur van dit project op dit punt niet aangepast.

Punt 2. is wel essentieel. In de berekeningen zal blijken dat t.g.v. de singulariteit achterin het bekken de dieptegemiddelde concentraties steeds hoger worden als de waterdiepte naar nul gaat en de snelheden nog een significante waarde hebben. Dit heeft grote consequenties voor de morfologische berekeningen van Delft3D-MOR en leidt tot een onnatuurlijke bodemontwikkeling achterin het bekken. Het aanpassen van de software op dit punt is veel werk en is daarom voor dit project niet uitgevoerd.

Punt 3 is ook essentieel. Omdat er in Delft3D-MOR onderscheid wordt gemaakt tussen randcondities voor de instromende en uitstromende *open* rand kan er niet aan de voorwaarde van IMAU worden voldaan om de bodem aan de open rand ten alle tijde constant te houden. Er wordt in Delft3D-MOR onderscheid gemaakt tussen instromende en uitstromende randcondities omdat bij een uitstromende rand de concentratie op de randpunten fysisch sterk beïnvloed wordt door de concentratie in het modelgebied. Het vastleggen van de bodem zou hierdoor leiden tot een onrealistisch concentratieverloop aan de open rand en is daarom in Delft3D-MOR niet mogelijk. Aanpassing van de software op dit punt voor de duur van het project is niet realistisch en daarom op dit moment niet uitgevoerd.

Het verschil tussen de concentratie randvoorwaarden van IMAU en Delft3D-MOR aan de *gesloten* rand is ontstaan door het verschil in randafhandeling in de waterbeweging (zie paragraaf 2.1.1). Hierdoor is in Delft3D-MOR geen additionele concentratie- en/of bodemrandvoorwaarde nodig.

## 2.2.2 Beschrijving van de simulaties

Ondanks de verschillen tussen de modellen van IMAU en Delft3D-MOR zijn met Delft3D-MOR simulaties uitgevoerd voor een kort, middellang en lang bekken. Het doel hiervan is

- te onderzoeken of de Delft3D-MOR berekeningen neigen naar het evenwicht berekend door IMAU,
- te onderzoeken welke effecten de verschillen tussen beide modellen hebben op de rekenresultaten

Alle bekken worden geschematiseerd met 50 cellen in horizontale richting en 7 cellen in dwarsrichting. In dwarsrichting hebben de modellen een breedte van ca 1.5 km. De lengte van het korte bekken is 10 km, van het middellange bekken 50 km en van het lange bekken 110 km. Als initiële bodem worden de respectievelijke evenwichtsbodems, berekend door IMAU genomen.

Aan de open (zeerand) wordt in alle modellen een getij voorgeschreven bestaande uit een M2 (freq. 28.8 gr/hr) en M4 (freq 57.6 gr/hr) component die een onderling faseverschil hebben van 1 graad. Dit laatste faseverschil is ook in de berekeningen van IMAU gebruikt. Verder wordt aan de open rand als concentratierandvoorwaarde de evenwichtsconcentratie voorgeschreven.

De diffusiecoëfficiënt heeft in de modellen de waarde  $D = 100 \text{ m}^2/\text{s}$ . De Chezycoëfficiënt is gelijk aan  $99 \text{ m}^{1/2}/\text{s}$  omdat IMAU voor de Dragcoëfficiënt  $C_D$  de waarde 0.001 heeft gebruikt (zie paragraaf 2.1.2).



De grootte van de parameters  $\alpha$  en  $\gamma$  uit paragraaf 2.1.1 is van invloed op de stabiliteit van de Delft3D-MOR berekeningen. De parameters zijn een maat voor de snelheid waarmee het bodemmateriaal respectievelijk (re)suspendeert en sedimenteert. Als per morfologische tijdstap de waarde voor  $E$  relatief groot is dan treden er per morfologische tijdstap grote bodemveranderingen op. Dit kan tot instabiliteit leiden in de berekeningen. De oplossing hiervoor is hetzij een kleinere morfologische tijdstap toe te passen, of door de verhouding tussen  $\alpha$  en  $\gamma$  zo te kiezen dat  $E$  per morfologische tijdstap niet te groot wordt. Hierdoor verandert niet het uiteindelijk resultaat van de berekening maar verandert wel de morfologische tijdschaal. Voor het doel van deze studie is dit niet van belang. In de berekeningen zijn in eerste instantie voor  $\alpha$  en  $\gamma$  respectievelijk de waarden 0.001 en 0.0014 toegepast. De morfologische tijdstap in de berekeningen is gelijk aan 60 getijperiodes van 750 min. Dit is ongeveer gelijk aan een maand.

## 2.3 Analyse van de simulaties

### 2.3.1 Analyse 10 km bekken

In figuur 2.1a, het bovenste figuur, is de bodemontwikkeling na 3 morfologische tijdstappen weergegeven voor een bekkenlengte van 10 km. De waarden voor  $\alpha$  en  $\gamma$  zijn in deze berekening een factor 10 kleiner dan die gebruikt door IMAU. Aan de bovenstreamse rand zien we oscillaties in de bodemontwikkeling ontstaan. Dit is een gevolg van de gesloten bovenrand. Omdat het bekken relatief kort is, ontstaan, door de droogvalprocedure in Delft3D-MOR, oscillaties in de waterbeweging (zie figuur 2.1b). Hierdoor treden onrealistisch hoge snelheden op o.a. in het ondiepe deel achterin het bekken, waardoor hier ook relatief grote waarden voor de suspensieve concentratie berekend worden. Dit is te zien in het middelste figuur van 2.1a dat de suspensieve concentratie, gemiddeld over de morfologische tijdstap, weergeeft. Het onderste figuur laat het netto sedimenttransport van de eerste morfologische tijdstap zien. Een negatieve waarde betekent dat het transport naar de monding van het bekken gericht is.

Aan de open rand van het model lijkt niet veel te gebeuren. Kijken we in detail dan zien we ook hier wat oscillaties.

### 2.3.2 Analyse 50 km bekken

In figuur 2.2a, het bovenste figuur, is de bodemontwikkeling na 2 morfologische tijdstappen weergegeven voor een bekkenlengte van 50 km. De waarden voor  $\alpha$  en  $\gamma$  zijn in deze berekening identiek aan die gebruikt bij het 10 km bekken. Aan de bovenstreamse rand zien we weer oscillaties in de bodemontwikkeling ontstaan, maar deze zijn veel kleiner dan die bij het 10 km bekken. De stroomsnelheden vertonen voor dit bekken nauwelijks nog oscillaties waardoor het droogvallen op een natuurlijker manier wordt gesimuleerd. Er treden nog steeds hoge concentraties op wat een gevolg is van de geringe waterdieptes en de gebruikte formulering voor erosie/depositie (vergelijking 2.8).

Aan de benedenstreamse rand ontstaan oscillaties die veel groter zijn dan die in het 10 km bekken. Deze oscillaties veroorzaken zelfs dat na twee morfologische tijdstappen de monding van het bekken dicht is. Dit duidt erop dat de in de simulatie gebruikte morfologische tijdstap en/of de grootte van de parameters  $\alpha$  en  $\gamma$  niet goed is. Daarom is

nog een simulatie uitgevoerd (10 morfologische tijdstappen) waarbij de waarde voor  $\alpha$  met een factor 10 is verkleind tot 0.0001 en de waarde van  $\gamma$  met een factor 10 is vergroot. Het resultaat van deze simulatie (10 morfologische tijdstappen van ca 1 maand) is weergegeven in figuur 2.2b. Aan de monding zien we dat er netto erosie optreedt en dat de evenwichtsbodem van IMAU niet gehandhaafd wordt. Echter, het model lijkt naar een eigen evenwicht te gaan omdat de bodemverandering per morfologische tijdstap in figuur 2.2b steeds kleiner wordt.

### 2.3.3 Analyse 110 km bekken

In figuur 3.2a, het bovenste figuur, is de bodemontwikkeling na 3 morfologische tijdstappen weergegeven voor een bekkenlengte van 110 km. De waarden voor  $\alpha$  en  $\gamma$  zijn in deze berekening identiek aan die gebruikt bij het 10 km bekken. Aan de bovenstroomse rand zijn de oscillaties in de bodemontwikkeling nagenoeg verdwenen. Ook de suspensieve concentraties zijn hier nauwelijks nog hoger. Dit komt omdat, door de grote bekkenlengte, de snelheden in de richting van de bovenstroomse rand geleidelijk afnemen waardoor de overgang naar de gesloten rand heel geleidelijk gaat. Bij het 50 km bekken zijn de snelheden dichtbij de gesloten rand nog aanzienlijk.

Aan de benedenstroomse rand ontstaan weer oscillaties die al na enkele morfologische tijdstappen het bekken afsluiten. Als we  $\alpha$  met een factor 10 verkleinen tot 0.0001 en  $\gamma$  met een factor 10 vergroten tot 0.014 dan is dit verschijnsel verdwenen. Figuur 3.2b toont voor deze situatie de resultaten na 30 morfologische tijdstappen van ca 1 maand. We zien dat er netto erosie van de bodem aan de monding optreedt en dat de evenwichtsbodem van IMAU niet gehandhaafd kan worden. Echter, ook hier lijkt het model naar een eigen evenwicht te gaan omdat de bodemverandering per morfologische tijdstap in figuur 3.2b steeds kleiner wordt.

## 2.4 Conclusies

Uit de analyse van de modelspecificaties en de modelsimulaties kunnen we de volgende belangrijke conclusie trekken: tussen de procesmodellering met Delft3D-MOR en de geïdealiseerde modellering van IMAU zitten belangrijke verschillen. Hierdoor is het reproduceren van de resultaten van IMAU niet triviaal en op dit moment niet mogelijk zonder modelaanpassingen van hetzij de Delft3D-MOR software, hetzij de geïdealiseerde aanpak van IMAU.

De belangrijkste verschillen zijn

1. afhandeling van de open en gesloten randvoorwaarden. Het belangrijkste verschil bij de open rand wordt veroorzaakt doordat in het geïdealiseerde model de bodem aan de open rand als onveranderlijk wordt beschouwd. Dit is echter in principe een onrealistische situatie omdat de zwevend slibconcentratie tijdens uitstroom afhankelijk is van de concentratie in het binnengebied. Door het vasthouden van het bodemniveau kan hierdoor aan de rand een onrealistische grenslaag in de zwevend slibconcentratie ontstaan. Om consistentie te verkrijgen zou het geïdealiseerde model op dit punt aangepast moeten worden. De verschillen tussen de bovenstroomse (gesloten) rand van IMAU en Delft3D-MOR vormen pas een probleem bij korte bekkens, als door abrupte droogval de waterbeweging plotseling tot stilstand wordt gebracht. Dan kunnen

- oscillaties in de waterbeweging ontstaan die in de Delft3D-MOR berekeningen tot onrealistische bodemontwikkeling leiden. Aanpassing van Delft3D-MOR op dit punt is eigenlijk niet mogelijk. In plaats daarvan zou het onderzoek zich kunnen richten op de langere bekken met een kleine bodemhelling.
2. het gebruik van dieptegeïntegreerde concentratie ( $\text{kg/m}^2$ ) i.p.v. de dieptegemiddelde concentratie ( $\text{kg/m}^3$ ). Dit geeft verschillen in de afhandeling van de diffusie-term in de transportvergelijking en een singulariteit in de dieptegemiddelde evenwichtsconcentratie bij waterdiepte 0. Hoewel de dieptegeïntegreerde concentratie ( $\text{kg/m}^2$ ) geen fysische grootte is kan deze benadering wel in Delft3D-MOR geïmplementeerd worden. Omdat echter de dieptegemiddelde concentratie een variabele is die door een groot aantal routines van de software wordt gebruikt vergt aanpassing van Delft3D-MOR voor dit onderzoek een behoorlijk inspanning.
  3. de afhandeling van de wrijvingsterm in de waterbewegingsvergelijking. In Delft3D-MOR zit een kwadratische benadering van de wrijvingsterm i.p.v. een lineaire. Aanpassing van Delft3D-MOR voor dit onderzoek is mogelijk maar wordt op dit moment niet aangeraden omdat punten 1. en 2. hierboven voor veel significantere verschillen zorgen. Pas als deze zijn opgelost kan het effect van een lineaire versus een kwadratische wrijvingsterm gekwantificeerd worden.

De modelsimulaties bevestigen de verschillen tussen het Delft3D-MOR procesmodel en het geïdealiseerde model van IMAU. De simulaties zijn gevoelig voor de grootte van de parameters  $\alpha$  en  $\gamma$  die de morfologische tijdschaal bepalen. Voor de lange bekken van 50 km en 110 km laten de resultaten zien dat de evenwichtsbodems van IMAU niet gehandhaafd worden. De bodem aan de open rand van deze bekken erodeert. Hoewel er geen lange termijn simulaties zijn uitgevoerd vertonen deze resultaten een tendens tot evenwicht. Het belangrijkste verschil tussen de resultaten van de geïdealiseerde modellen en de procesmodellen lijkt dus te worden veroorzaakt door het verschil in open rand afhandeling.

Het 10 km bekken vertoont oscillaties in het snelheidsveld veroorzaakt door de droogvalprocedure in Delft3D-MOR in combinatie met het korte bekken. Dit verstoort de nauwkeurigheid van de resultaten. Het grootste probleem voor het korte bekken is dus de afhandeling van de gesloten rand die onrealistische resultaten veroorzaakt.

## 3 Analyse 3D stromingsstructuur

### 3.1 Secundaire stroming in dwarsrichting door Coriolis

De formulering voor de secundaire stroming in dwarsrichting ('SSD') door Coriolis is afkomstig van Kalkwijk en Booij (1986) (ref [1]), evenals de formulering van SSD door kromming van stroomlijnen. Toetsing van deze formuleringen is echter alleen gebeurd aan de hand van metingen in kromme laboratorium goten voor stationaire stroming waar Coriolis krachten geen rol spelen. Dit betekent dat de formulering nog niet getoetst is m.b.t. de Coriolis krachten.

Bij de analyse van de resultaten van het sedimenttransport- en de morfologische modellering voor de drempel van Hansweert is er twijfel ontstaan over de juistheid van de formulering, vooral voor stroming rondom kentering. Volgens de formulering is de *intensiteit* van de volledige ontwikkelde secundaire stroming door Coriolis evenredig met de waterdiepte en onafhankelijk van de stroomsnelheid in de hoofdrichting. De *richting* van de secundaire stroming is wel afhankelijk van de grootte van de hoofdstroming. In de bovenste helft van de waterkolom is de secundaire stroming door Coriolis naar rechts gericht, kijkend in de richting van de hoofdstroming. Dit betekent dat er een singulariteit ontstaat bij kentering als de snelheid van de hoofdstroming nul wordt. Theoretisch kan er dus een situatie ontstaan waarbij het model een waarde voor de intensiteit van de secundaire stroming uitrekenet maar niet weet in welke richting de secundaire stroming staat. Dit probleem is geïllustreerd in Fig.3.1 (het plaatje in het midden). In het huidige model is de intensiteit van SSD gelijk aan een blokfunctie: bij positieve (hoofd)stroomrichting heeft de SSD een constante intensiteit, bij negatieve (hoofd)stroomrichting heeft de SSD eenzelfde intensiteit maar is de richting tegengesteld. Het plaatje in het midden van de figuur laat ook zien dat het probleem minder wordt als het relaxatie effect van de secundaire stroming wordt meegenomen in het model.

De singulariteit ontstaat bij de afleiding van de formulering doordat de turbulente viscositeit, waarvan verondersteld is dat die evenredig is met de stroomsnelheid, in de noemer terecht komt. Een logische oplossing voor het probleem is te zorgen dat de turbulente viscositeit niet naar nul gaat tijdens de kentering van de stroming, wat ook fysisch realistisch is. Dan zal de intensiteit van de volledig ontwikkelde SSD naar nul gaan bij kentering van de stroming. Een methode om dit te doen is een lineair relaxatiemodel model toe te passen voor de turbulente viscositeit:

$$\frac{\partial v_t}{\partial t} = \frac{\tilde{v}_t - v_t}{T_a} \quad (3.1)$$

Hierin

$$\begin{aligned} \nu_t &= \text{turbulente viscositeit} \\ t &= \text{tijd} \\ \tilde{\nu}_t &= \text{evenwichtswaarde van turbulente viscositeit (zoals in huidig model)} \\ T_a &= \text{relaxatietijd.} \end{aligned}$$

Men kan natuurlijk het model zodanig uitbreiden dat het relaxatie-effect in de ruimte ook wordt meegenomen.

De intensiteit van de (volledige ontwikkelde ) secundaire stroming kan dan worden gecorrigeerd met de factor:

$$\tilde{\nu}_t / \nu_t \quad (3.2)$$

Na testen van deze methode met de simpele situatie zoals weergegeven in Fig.3.1 bleek dat de methode niet helemaal naar wens werkt omdat er ook periodes zijn dat de absolute waarde van factor (3.2) veel groter dan 1 wordt. In het onderste plaatje van Fig.3.1 wordt het resultaat weergegeven wanneer de absolute waarde van deze factor naar boven begrensd is tot 1. De donkere lijn geeft de intensiteit van de secundaire stroming in het huidige model weer, gecorrigeerd voor het relaxatie-effect van de turbulente viscositeit. De lichte lijn in het plaatje geeft dezelfde intensiteit weer, alleen is hier ook de relaxatie van de secundaire stroming zelf meegenomen (analoog aan het middelste plaatje).

Soortgelijk effect (voor de correctie van de turbulente viscositeit) kan men ook bereiken door de intensiteit van de volledige ontwikkelde secundaire stroming te vermenigvuldigen met de factor:

$$u_s / \text{Max}(u_s, u_c)$$

waarbij  $u_s$  de grootte van de stroomsnelheid is en  $u_c$  een grenswaarde voor de snelheid, bijvoorbeeld 0.1 m/s. Deze laatste methode kan eenvoudig in het programma geïmplementeerd worden.

### 3.2 Analyse secundaire stroming in langsrichting

De directe aanleiding van deze analyse is het resultaat van de studie ref [4]. Eén van de conclusies van de studie is dat een belangrijk deel van de afwijking tussen de modelresultaten en de waarnemingen kan worden verklaard door het feit dat het toegepaste quasi-3D stromingsmodel de stromingstructuur niet voldoende nauwkeurig kan beschrijven. Een belangrijke tekortkoming van het model is de aanname dat het verticale snelheidsprofiel van de hoofdstroming logaritmisches is. Analyse van de resultaten van de 3D-stromingssimulaties heeft laten zien dat deze aanname ver van de realiteit kan zijn. De foute aanname veroorzaakt direct een fout in het netto sediment transport. Verder veroorzaakt het ook een fout in de berekening van de SSD en daardoor wordt indirect het netto sedimenttransport en de morfologische ontwikkeling beïnvloed.

De afwijking van het snelheidsprofiel t.o.v. het logaritmisches profiel wordt gedefinieerd als secundaire stroming in langsrichting ('SSL'). Per definitie is de dieptegemiddelde waarde van de secundaire stroming in langsrichting nul. De volgende processen en mechanismen zijn geïdentificeerd als oorzaken van SSL:

- effecten van dichtheidsstromings (Gravitationele circulatie),
- versnelling in de tijd, en
- versnelling in de ruimte.

In de volgende paragraaf wordt eerst een analyse van de orde van grootte van de, door verschillende oorzaken ontstane, SSL uitgevoerd, zodat hun relatieve belangrijkheid voor de morfologische ontwikkelingen kan worden bepaald.

### 3.2.1 Gravitationele circulatie

Door het optreden van horizontale dichtheidsverschillen wordt de horizontale drukgradiënt (hier is alleen de x-richting gepresenteerd) diepteafhankelijk:

$$\frac{\partial p}{\partial x} \approx \rho g \frac{\partial \zeta}{\partial x} + g(h-z) \frac{\partial \rho}{\partial x} \quad (3.3a)$$

Dit betekent dat ook de bodemschuifspanning (als functie van z) in horizontale richting afhankelijk is van horizontale dichtheidsverschillen:

$$\tau_{xz} = \rho \eta_t \frac{\partial u}{\partial z} = \rho g(h-z) \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{1}{2} g(h-z)^2 \frac{\partial \rho}{\partial x} \quad (3.3b)$$

De bodemschuifspanning  $\tau_b$  op hoogte ( $z = z_0$ ) wordt nu gegeven door  $\tau_{xz}(z=z_0)$ :

$$\begin{aligned} \tau_b \equiv \rho u_*^2 &= \rho \eta_t \left. \frac{\partial u}{\partial z} \right|_{z=z_0} = \rho g(h-z_0) \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{1}{2} g(h-z_0)^2 \frac{\partial \rho}{\partial x} \\ &\approx \rho g h \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{1}{2} g h^2 \frac{\partial \rho}{\partial x} \end{aligned} \quad (3.3c)$$

met

$z_0 =$  de hoogte boven de bodem waarop  $u = 0$  m/s

$u_* =$  karakteristieke snelheid aan de bodem

$\eta_t = \kappa z \left(1 - \frac{z}{h}\right) u_* =$  parabolische eddy-viscositeits verdeling (3.3d)

$\kappa =$  von Kàrman constante

Uit vergelijkingen (3.3b en 3.3d) volgt:

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{gh}{u_* \kappa z} \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{1}{2} \frac{gh(h-z)}{u_* \rho z \kappa} \frac{\partial \rho}{\partial x} \quad (3.3e)$$

en dus:

$$\begin{aligned}
 u(z) &= \int_{z_0}^z \frac{\partial u}{\partial \tilde{z}} d\tilde{z} = \int_{z_0}^z \left( \frac{gh}{u_* \kappa \tilde{z}} \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{1}{2} \frac{gh(h - \tilde{z})}{u_* \rho \tilde{z} \kappa} \frac{\partial \rho}{\partial x} \right) d\tilde{z} = \\
 &\left( \frac{gh}{u_* \kappa} \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{1}{2} \frac{gh^2}{u_* \rho \kappa} \frac{\partial \rho}{\partial x} \right) \int_{z_0}^z \frac{1}{\tilde{z}} d\tilde{z} - \int_{z_0}^z \frac{1}{2} \frac{gh}{u_* \rho \kappa} \frac{\partial \rho}{\partial x} d\tilde{z} = \\
 &\left( \frac{gh}{u_* \kappa} \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{1}{2} \frac{gh^2}{u_* \rho \kappa} \frac{\partial \rho}{\partial x} \right) \left( \ln \tilde{z} \Big|_{z_0}^z \right) - \left( \frac{1}{2} \frac{gh}{u_* \rho \kappa} \frac{\partial \rho}{\partial x} \tilde{z} \Big|_{z_0}^z \right) = \\
 &\frac{u_*}{\kappa} \ln \left( \frac{z}{z_0} \right) - \frac{1}{2} \frac{gh}{u_* \kappa} (z - z_0) \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x}
 \end{aligned} \tag{3.3f}$$

De verhouding tussen de bodemschuifspanning door Gravitationele circulatie en door waterstandsverhang wordt gegeven door de term:

$$\frac{\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x}}{\frac{1}{2} \frac{1}{h} \frac{\partial \zeta}{\partial x}} \tag{3.3g}$$

Aannemende dat de bodemschuifspanning door waterstandsverhang veel groter is dan de bodemschuifspanning door een horizontale zoutgradiënt, dan kunnen we de grootte van de noemer van vergelijking (3.3g) schatten met:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial x} = \frac{\bar{u}^2}{C^2 h}$$

waarbij C = Chezycoefficient. Voor  $\bar{u} = 1$  m/s,  $C = 65$  m<sup>1/2</sup>/s en  $h = 10$  m geldt dan:

$$\frac{1}{h} \frac{\partial \zeta}{\partial x} \approx \frac{\bar{u}^2}{C^2 h^2} \approx 2.4 * 10^{-6} \quad 1/m.$$

De grootte van de teller van vergelijking (3.3g) kunnen we schatten gebruikmakend van data van diverse dichtheidsmetingen in punten verspreid over de Westerschelde (zie bijvoorbeeld Allersma, 1992).

	CL	salinity	density at T=10 °C
Terneuzen	15.5	28	1021.4 kg/m <sup>3</sup>
Hansweert	12.5	22.6	1017.3
Bath	9	16.3	1012.4

De afstand tussen Terneuzen en Bath is ongeveer 26.5 km. Zodat bij Hansweert

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} \approx 0.33 * 10^{-6} \quad 1/m$$

De verhouding (3.3g) is dus  $O(10^{-1})$ . Dit betekent dat de bijdrage van het dichtheidsstromingseffect op de bodemschuifspanning in de orde van grootte van 10% is, wat dus significant is.

Op dezelfde manier kunnen we de grootte van de term in de laatste vergelijking van (3.3f) schatten. Deze stelt de afwijking van het logaritmische snelheidsprofiel voor:

$$-\frac{1}{2} \frac{gh}{u_* \kappa} (z - z_0) \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} \quad (3.3h)$$

Het blijkt dat dit lineaire deel van de snelheidsvertikaal orde 1% van het logaritmische deel is. Het hoofddeel van het effect van de dichtheidsstroming zit in een verandering van  $u_*$ , terwijl de vervorming van het snelheidsprofiel erg klein is. De invloed van de dichtheidsstroming op  $u_*$  (de bodemschuifspanning) kan ook worden meegenomen in een 2DH model. De secundaire stroming in de langsrichting door dichtheidseffect kan niet de hoofdoorzaak zijn van het waargenomen verschil.

Het model dat in ref [4] is gebruikt kan wel worden verbeterd door zout mee te nemen in de (2DH) stromingsmodule. De invloed op  $u_*$  is dan meteen meegenomen en daarmee dus het grootste deel van het dichtheidsstromingseffect. Ook de vervorming van het snelheidsprofiel kan eventueel worden meegenomen met een niet al te ingewikkelde aanpassing van de software.

### 3.2.2 Versnelling in de tijd

Als het effect van de versnelling in de tijd wordt geïsoleerd is de bewegingsvergelijking in de langsrichting:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + g \frac{\partial \zeta}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial z} \left( \nu_t \frac{\partial u}{\partial z} \right) \quad (3.4)$$

Voor de dieptegemiddelde snelheid geldt

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + g \frac{\partial \zeta}{\partial x} = -\frac{\tau_b}{\rho h} \quad (3.5)$$

Aftrekken van de twee vergelijkingen geeft

$$\frac{\partial (u - \bar{u})}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left( \nu_t \frac{\partial u}{\partial z} \right) + \frac{\tau_b}{\rho h} \quad (3.6)$$

Zowel de snelheid als de bodemschuifspanning kunnen worden gesplitst in een hoofdstromingsdeel en een secundair stromingsdeel:

$$u = \bar{u}p(z) + u'$$



$$\tau_b = \tau_{bm} + \tau_b'$$

Invullen van deze twee vergelijkingen in (3.6) geeft:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} (p(z) - 1) + \frac{\partial u'}{\partial t} = \bar{u} \frac{\partial}{\partial z} \left( v_t \frac{\partial p(z)}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( v_t \frac{\partial u'}{\partial z} \right) + \frac{\tau_{bm}}{\rho h} + \frac{\tau'}{\rho h} \quad (3.7)$$

Volgens definitie van de hoofdstroming geldt:

$$\bar{u} \frac{\partial}{\partial z} \left( v_t \frac{\partial p(z)}{\partial z} \right) + \frac{\tau_{bm}}{\rho h} = 0 \quad (3.8)$$

dus

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} (p(z) - 1) + \frac{\partial u'}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left( v_t \frac{\partial u'}{\partial z} \right) + \frac{\tau'}{\rho h} \quad (3.9)$$

Dit is de vergelijking voor de SSL t.g.v. versnelling in de tijd. Het is analoog aan de vergelijking voor de SSD t.g.v. Coriolis. Voor de analyse kan dus gebruik van de bestaande theorie voor de secundaire stroming door Coriolis worden gemaakt. Voor de orde van grootte analyse hoeft alleen een tijdschaal voor de variatie van de stroomsnelheid te worden gevonden en met de reciproke van de Coriolis parameter te worden vergeleken.

Als tijdschaal voor de variatie van snelheid kan worden genomen een kwart van de getijperiode. Dit is van dezelfde orde van grootte als de reciproke van de Coriolis parameter ( $O(10^4)$  seconden). Dit betekent dat de SSL veroorzaakt door de versnelling in de tijd dezelfde orde van grootte heeft als de SSD veroorzaakt door Coriolis. De intensiteit van beide is  $O(10^{-2})$  m/s.

### 3.2.3 Versnelling in de ruimte

Als het effect van de versnelling in de ruimte wordt geïsoleerd is de bewegingsvergelijking in de langsrichting:

$$\frac{1}{2} \frac{\partial u^2}{\partial x} + g \frac{\partial \zeta}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial z} \left( v_t \frac{\partial u}{\partial z} \right) \quad (3.10)$$

Voor de dieptegemiddelde snelheid geldt

$$\frac{1}{2} \frac{\partial \bar{u}^2}{\partial x} + g \frac{\partial \zeta}{\partial x} = - \frac{\tau_b}{\rho h} \quad (3.11)$$

Aftrekken van de twee vergelijkingen geeft

$$\frac{1}{2} \frac{\partial (u^2 - \bar{u}^2)}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial z} \left( v_t \frac{\partial u}{\partial z} \right) + \frac{\tau_b}{\rho h} \quad (3.12)$$

Zowel de snelheid als de bodemschuifspanning kunnen worden gesplitst in een hoofdstromingsdeel en een secundair stromingsdeel:

$$u = \bar{u}p(z) + u'$$

$$\tau_b = \tau_{bm} + \tau_b'$$

Invullen van deze twee vergelijkingen in (3.12) geeft:

$$\frac{1}{2} \frac{\partial \bar{u}^2}{\partial x} (p^2(z) - 1) + p(z) \frac{\partial \bar{u} u'}{\partial x} = \bar{u} \frac{\partial}{\partial z} \left( v_t \frac{\partial p(z)}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( v_t \frac{\partial u'}{\partial z} \right) + \frac{\tau_{bm}}{\rho h} + \frac{\tau'}{\rho h} \quad (3.13)$$

Volgens definitie van de hoofdstroming:

$$\bar{u} \frac{\partial}{\partial z} \left( v_t \frac{\partial p(z)}{\partial z} \right) + \frac{\tau_{bm}}{\rho h} = 0 \quad (3.14)$$

dus

$$\frac{1}{2} \frac{\partial \bar{u}^2}{\partial x} (p^2(z) - 1) + p(z) \frac{\partial \bar{u} u'}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial z} \left( v_t \frac{\partial u'}{\partial z} \right) + \frac{\tau'}{\rho h} \quad (3.15)$$

Dit is de vergelijking voor de SSL t.g.v. versnelling in de ruimte. Het is analoog aan de vergelijking voor de SSD t.g.v. kromming. Voor de analyse kan dus gebruik van de bestaande theorie voor de secundaire stroming door kromming worden gemaakt. Voor de orde van grootte analyse hoeft alleen een lengteschaal voor de variatie van de stroomsnelheid te worden gevonden en met de kromtestraal van stroomlijnen te worden vergeleken.

Een belangrijk deel van de ruimtelijke variatie van de stroomsnelheid is t.g.v. de variatie van de bathymetrie, i.e. de variatie van de waterdiepte. Een schatting van de lengteschaal is daarom  $h/I$ , i.e. waterdiepte gedeeld door bodemverhang. Voor  $h=10$  m en  $I=0.01$  (in het geval van de drempel bij Hansweert kan het groter zijn dan 1:50) is de lengteschaal dus 1 km. Dit betekent dat de secundaire stroming in de langsrichting veroorzaakt door de versnelling in ruimte minstens dezelfde orde van grootte heeft als de secundaire stroming in de dwarsrichting veroorzaakt door kromming van stroomlijnen. De orde van grootte van de intensiteit van de secundaire stroming van deze oorzaak is  $O(10^{-1})$  m/s.

### 3.2.4 Interactie langs- en dwarsrichting

De stromingscomponenten in de langs- en dwarsrichting beïnvloeden elkaar. In het huidige model wordt de stroming in de langsrichting beschouwd als hoofdstroming en de stroming in de dwarsrichting als de secundaire stroming. De hoofdstroming vormt de aandrijving voor de secundaire stroming en de secundaire stroming heeft ook invloed op de

hoofdstroming door impuls te transporteren, bijvoorbeeld van binnenbocht naar buitenbocht. De aandrijving voor de secundaire stroming in de dwarsrichting door de stroming in de langsrichting komt door de afwijking van het snelheidsprofiel t.o.v. het uniforme profiel. In het huidige model is het dus het verschil tussen het genormaliseerde logaritmische profiel en 1.

Dat het snelheidsprofiel in de langsrichting niet logaritmisch is heeft ook consequenties voor de aandrijving van de secundaire stroming in dwarsrichting. De afwijking van het snelheidsprofiel in de langsrichting t.o.v. het logaritmische profiel wordt als secundaire stroming in langsrichting gedefinieerd. Er is dus een interactie tussen de twee componenten van de secundaire stroming.

Volgens het gangbare modelconcept is de interactie tussen deze twee componenten een hogere orde effect. Als de hoofdstroming het eerste orde effect is en de secundaire stroming in beide richtingen het tweede orde effect, dan is de interactie tussen de secundaire stromingscomponenten in de twee richtingen een derde orde effect. Maar het is wel de vraag of dit derde orde effect inderdaad te verwaarlozen is t.o.v. van de tweede orde effecten. Zonder twijfel mag de SSL worden verondersteld als minstens een orde kleiner dan de hoofdstroming. Maar de aandrijving voor de secundaire stroming in de dwarsrichting door de secundaire stroming in de langsrichting hoeft niet verwaarloosbaar te zijn t.o.v. de aandrijving door de hoofdstroming.

De afwijking van het snelheidsprofiel t.o.v. de uniforme verticaal met dezelfde dieptegemiddelde snelheid heeft de orde van grootte:

$$\alpha \bar{u} = \frac{\sqrt{g}}{\kappa C} \bar{u} \sim O(0.1\bar{u}) \quad (3.16)$$

Zoals in 3.2.3 is beschreven kan de SSL dezelfde orde van grootte hebben.

Gebruikmakend van het feit dat het secundaire stromingsmodel, zoals geïmplementeerd in het huidige model, lineair is, kan men overwegen de invloed van SSL op SSD mee te nemen door de uitgerekenende intensiteit van de SSD te corrigeren met de volgende factoren:

$$\begin{aligned} \frac{\alpha \bar{u} + \beta I_1}{\alpha \bar{u}} & \quad \text{voor SSD t.g.v. Corioli} \\ \frac{(\alpha \bar{u})^2 + (\beta I_1)^2}{(\alpha \bar{u})^2} & \quad \text{voor SSD t.g.v. kromming} \end{aligned} \quad (3.17)$$

met

- $I_1$  = intensiteit van SSL, waarvan het teken zodanig is gedefinieerd dat een positieve waarde aangeeft dat secundaire stroming aan het wateroppervlak de richting van de hoofdstroming heeft;
- $\beta$  = een nader te bepalen coëfficiënt

De invloed van de SSD op de SSL kan in twee delen worden gesplitst:

1. invloed op de hoofdstroming en
2. invloed op de secundaire stroming in de langsrichting.

De invloed op de hoofdstroming is al geïmplementeerd in het huidige model. De invloed op de SSL gebeurt ook via transport van impuls. Dit hangt samen met de gradiënt van stroomsnelheid in dwarsrichting. Kwantitatief is deze invloed niet makkelijk te implementeren, maar vermoedelijk is deze invloed echte een hogere orde effect.

### **3.2.5 Effect op morfologische ontwikkeling**

Tot nu toe is de orde van grootte van de verschillende bijdragen aan de 3D stromingstructuur geanalyseerd. Om een eindoordeel te kunnen geven over het belang van de verschillende bijdragen moeten de effecten van deze bijdragen op de morfologische ontwikkeling worden geanalyseerd. Hieronder wordt, voor de in de voorgaande paragrafen genoemde bijdragen, gekeken naar hun effecten op het sedimenttransport. Ook wordt bekeken in hoeverre deze effecten worden en/of kunnen worden meegenomen in de software.

#### **Dichtheidsstroming**

Zoals uiteengezet in 3.2.1 beïnvloedt de dichtheidsstroming zowel het dieptegemiddelde stromingsveld als de vorm van het snelheidsprofiel. De invloed op de dieptegemiddelde stroming wordt meegenomen via het 2DH stromingsmodel en zal verder in de discussie achterwege worden gelaten. De vervorming van de snelheidsvertikaal is gerelateerd aan de dichtheidsgradiënt dus aan de gradient van het zoutgehalte. Dit betekent dat de circulatie t.g.v. het dichtheidseffect altijd in dezelfde richting staat, onafhankelijk of het vloed of eb is. Dit veroorzaakt een netto sedimenttransport in bovenstroomse richting. Dit effect kan belangrijker zijn dan de orde van grootte van de secundaire stroming (waardoor het wordt veroorzaakt) suggereert. Een eventuele implementatie van dit effect houdt in dat er een module ontwikkeld moet worden die deze bijdrage aan de secundaire stroming uitrekent. Daarnaast dient de zwevend transport module te worden aangepast.

#### **Secundaire stroming door versnelling in tijd**

Deze bijdrage aan de SSL bevat een invloed op de bodemschuifspanning en een vervorming van het snelheidsprofiel. Beide hebben invloed op het sediment transport. Het effect van deze bijdrage aan het netto sediment transport zal relatief klein zijn. Dit komt door het feit dat zowel tijdens eb als tijdens vloed er een periode is van versnelling en een periode van vertraging in de tijd. De effecten gedurende vertraging en versnelling compenseren elkaar.

#### **Secundaire stroming door versnelling in ruimte**

Versnelling in de ruimte hangt in sterke mate samen met de geometrie en de bathymetrie. Hierdoor is het wel richtingafhankelijk. Als er tijdens vloed versnelling in de stroomrichting optreedt, dan is er tijdens eb waarschijnlijk vertraging. Dit betekent dat de secundaire stroming die veroorzaakt wordt door dit effect gedurende de hele getijperiode

meestal in dezelfde richting is. De invloed op het bodemtransport via de bodemschuifspanning en op het zwevend transport via de bodemschuifspanning en via de vervorming van het snelheidsprofiel heeft dus een dominante richting. In het geval van door bathymetrie geïnduceerde versnelling/vertraging (zoals in het geval van drempels) is het netto sediment transport door deze bijdrage aan de secundaire stroming in de langsrichting “bergopwaarts” gericht. Het heeft dus een opbouwend effect op drempels. Ook gezien de orde van grootte van deze bijdrage (zie 3.2.3) moet worden geconcludeerd dat dit een belangrijke bijdrage is.

### **Interactie langs- en dwarsrichting**

Conform de discussies in 3.2.4 beperken we ons hier alleen tot de invloed van de SSL op de SSD. Het belang van SSD voor de morfologische ontwikkeling is al benadrukt in eerdere studies. Samen met de conclusies uit 3.2.4 blijkt dat dit ook een belangrijk effect is.

## **3.3 Mogelijke implementatie**

Eerst wordt een korte samenvatting gegeven van de huidige formulering in het Delft3D systeem. Vervolgens wordt aangegeven welke uitbreidingen van de formulering mogelijk zijn en welke consequenties dit voor de implementatie heeft. De huidige formulering plus de mogelijke uitbreidingen vormen het hele spectrum van een 2DH- tot een volledige 3D-aanpak. De inspanning van de implementatie en een toepassing van de verschillende aanpakken wordt afgewogen tegen de toepassingsgebieden om tot aanbevelingen te komen.

### **3.3.1 Het huidige modelstelsel**

Met de aansturing via invoerfiles kan men kiezen uit de volgende methodes om stroming te modelleren:

- 2DH: alleen de dieptegemiddelde stroming wordt uitgerekend;
- 2DH gecombineerd met volledige ontwikkelde secundaire stroming: na het uitrekenen van dieptegemiddelde stroming wordt de intensiteit van secundaire stroming inclusief de bijbehorende secundaire stroming uitgerekend uit de instantane en lokale stromingsgegevens;
- 2DH gecombineerd met aangepaste secundaire stroming: het aanpassingseffect van secundaire stroming in tijd en ruimte wordt meegenomen;
- 2DH met invloed van secundaire stroming op de hoofdstroming: de invloed van secundaire stroming op de dieptegemiddelde stroming wordt ook meegenomen, door zowel volledig ontwikkelde als aangepaste secundaire stroming te combineren.
- 3D: 3D ondiep water vergelijkingen opgelost in combinatie met een turbulentiemodel.

Voor het sedimenttransport kon men tot voor kort alleen nog gebruik maken van de waterbeweging berekend met de 2DH en de quasi-3D aanpak. In het huidige operationele systeem kan men echter het sediment transport model nu combineren met een 3D stromingsmodel. In deze 3D versie is het zelfs mogelijk de invloed van sediment transport op de stroming mee te nemen.

### 3.3.2 Mogelijk uitbreidingen

Tussen het 2DH model en het volledige 3D model bestaat een scala van mogelijke quasi-3D formuleringen, elk met eigen mogelijkheden en beperkingen wat betreft kosten, implementatie en toepassing. In een quasi-3D model worden door het stromingsveld drie elementen geschematiseerd: de hoofdstroming, de SSD en de SSL. De mogelijke formuleringen verschillen onderling in het wel of niet meenemen van de secundaire stroming in twee richtingen en wel of niet meenemen van de interacties tussen de drie elementen. Zo ontstaan de volgende realistische mogelijkheden:

toepassing	Nr.	SSD	SSL	invloed SSD op hoofd stroming	invloed SSL op hoofd stroming	invloed SSL op SSD	invloed SSD op SSL
megaschaal	1 (2DH)						
macroschaal	2	X					
macroschaal	3	X		X			
mesoschaal	4	X	X				
mesoschaal	5	X	X	X			
mesoschaal	6	X	X			X	
-	7	X	X	X	X		
mesoschaal	8	X	X	X		X	
-	9	X	X	X	X	X	
kleinschalig	10 (3D)	X	X	X	X	X	X

Verder kan voor elk element en elke interactie (dus voor elke kolom van de tabel) worden gevarieerd met de complexiteit van de formulering zelf. In het huidige systeem zijn SSD en de invloed van SSD op de hoofdstroming al geïmplementeerd met de bijbehorende varianten. Deze zullen hier verder niet worden behandeld. Formulerings nr. 1, 2, 3 en 10 zijn dus in de huidige systeem beschikbaar. Voor de andere kolommen van de tabel wordt hieronder een voorstel gedaan voor de formuleringen.

#### Secundaire stroming in langsrichting

De drie oorzaken van SSL zijn geanalyseerd in paragrafen 3.2.1 t/m 3.2.3. Hieruit bleek dat de secundaire stroming t.g.v. de dichtheidsgradient verwaarloosbaar is. Een formulering voor de lokale (volledig ontwikkelde) intensiteit van de secundaire stroming kan makkelijk uit de vergelijkingen gegeven in §3.2.1 worden afgeleid. Uit de analyse in §3.2.2 is gebleken dat voor de lokale secundaire stroming t.g.v. versnelling in de tijd men volledig gebruik kan maken van de al geïmplementeerde formulering voor de secundaire stroming t.g.v. Coriolis:

$$I_{te} = \frac{1}{f u_s} \frac{\partial u_s}{\partial t} I_{ce} \quad (3.18)$$

Analoog geldt voor de secundaire stroming t.g.v. versnelling in ruimte

$$I_{se} = \frac{R}{2u_s^2} \frac{\partial u_s^2}{\partial x} I_{be} \quad (3.19)$$

Als het relaxatie-effect moet worden meegenomen dan moet, net als voor de SSD, een advectievergelijking worden opgelost. Voor een eenvoudige implementatie kan men overwegen te veronderstellen dat de relaxaties van SSL en SSD hetzelfde zijn:

$$\frac{I_l}{I_d} = \frac{I_{te} + I_{se}}{I_{be} + I_{ce}} \quad (3.20)$$

Dan wordt de implementatie van SSL heel eenvoudig. Na het uitrekenen van  $I_d$  met de geïmplementeerde routines voor SSD kan de intensiteit van SSL ( $=I_l$  uit de bovenstaande drie relaties) worden berekend. Analoge relaties gelden voor de bodemschuifspanning t.g.v. SSL.

### Invloed SSL op SSD

Een formele afleiding van de formulering voor deze invloed zal tot een erg gecompliceerde formulering leiden. Gebaseerd op de analyse in 3.2.4 wordt voorgesteld deze invloed mee te nemen door de correctiefactor op de intensiteit van SSD toe te passen zoals voorgesteld in 3.2.4. Dus nadat  $I_d$  is uitgerekend met de huidige implementatie wordt de nieuwe intensiteit van SSD berekend met

$$I_{d,new} = \frac{\alpha \bar{u} + \beta I_l}{\alpha \bar{u}} I_d \quad \text{voor SSD t.g.v. Corioli} \quad (3.21)$$

$$I_{d,new} = \frac{(\alpha \bar{u})^2 + (\beta I_l)^2}{(\alpha \bar{u})^2} I_d \quad \text{voor SSD t.g.v. kromming}$$

De grootte van de coëfficiënt  $\beta$  moet aan de hand van data nader worden bepaald. Hierbij kan men gebruik maken van de resultaten van een 3D stromingsmodel en van het corresponderende quasi-3D model volgens de huidige implementatie.

### Invloed SSD op SSL

Dit onderdeel is het moeilijkst qua implementatie en waarschijnlijk ook het minst belangrijke. Een implementatie hiervan in het quasi-3D model wordt niet aanbevolen. Voor gevallen waarbij deze invloed belangrijk is kan men beter het 3D model gebruiken.

### Invloed SSL op hoofdstroming

De hoofdstroming wordt beïnvloed door SSL via de bodemschuifspanning en via een extra term voor impulstransport, analoog aan de invloed van SSD op de hoofdstroming. Implementatie van deze invloed is niet makkelijk. Voor het geval van stationaire stroming heeft De Vriend (ref [7]) een aantal varianten van formuleringen voor de interactie tussen secundaire stroming (in beide richtingen) en hoofdstroming uitgewerkt. Daarbij moeten een

aantal iteraties worden doorlopen. Omdat Delft3D-MOR de stroming berekent als een tijdproces kan men eventueel de iteraties vermijden door de invloed van de secundaire stroming op de hoofdstroming één tijdstap achter te laten lopen, op dezelfde manier als de huidige implementatie van de invloed van SSD op de hoofdstroming. Aangezien men het 2DH stromingsmodel altijd eerst kalibreert wordt de implementatie van deze invloed niet aanbevolen. Na toepassing van secundaire stroming zou dan de waterbeweging opnieuw afgeregeld moeten worden.

Samenvattend kunnen de formuleringen 4, 5, 6 en 8 uit de tabel van paragraaf 3.3.2 worden geïmplementeerd door een beperkte uitbreiding van het huidige modelsysteem. De varianten 7 en 9 zijn veel moeilijker te realiseren. Gelukkig bieden deze laatste twee opties qua toepassingsgebieden ook niet veel extra's. De toepassingsgebieden van de verschillende varianten zijn gerelateerd aan de schalen van de problemen, zoals kort samengevat in de volgende tabel:

Nr.	Toepassingen
1 (2DH)	Megaschaal problemen (op niveau van heel estuarium)
2	Macro-schaal problemen (op niveau van eb- vloedgeul, en plaat systeem)
3	
4	
5	Meso-schaal problemen (zoals het drempel-probleem)
6	
7	niet aanbevolen
8	Meso-schaal problemen (zoals het drempel-probleem)
9	niet aanbevolen
10 (3D)	Kleinschalige problemen (zoals plaatgeul uitwisseling)



## 4 Conclusies en aanbevelingen

### 4.1 Integratie procesmodellering en geïdealiseerde modellen

Uit de analyse van de modelspecificaties en de modelsimulaties kunnen we de volgende belangrijke conclusie trekken: tussen de procesmodellering met Delft3D-MOR en de geïdealiseerde modellering van IMAU zitten belangrijke verschillen. Hierdoor is het reproduceren van de resultaten van IMAU niet triviaal en op dit moment niet mogelijk zonder modelaanpassingen van hetzij de Delft3D-MOR software, hetzij de geïdealiseerde aanpak van IMAU.

De belangrijkste verschillen zijn

1. afhandeling van de open en gesloten randvoorwaarden. Het belangrijkste verschil bij de open rand wordt veroorzaakt doordat in het geïdealiseerde model de bodem aan de open rand als onveranderlijk wordt beschouwd. Dit is in principe een onrealistische situatie omdat de zwevend slibconcentratie tijdens uitstroom afhankelijk is van de concentratie in het binnengebied. Door het vasthouden van het bodemniveau kan hierdoor aan de rand een onrealistische grenslaag in de zwevend slibconcentratie ontstaan. Om consistentie te verkrijgen zou het geïdealiseerde model op dit punt aangepast moeten worden. De verschillen tussen de bovenstroomse (gesloten) rand van IMAU en Delft3D-MOR vormen pas een probleem bij korte bekkens, als door abrupte droogval de waterbeweging plotseling tot stilstand wordt gebracht. Dan kunnen oscillaties in de waterbeweging ontstaan die in de Delft3D-MOR berekeningen tot onrealistische bodemontwikkeling leiden. Aanpassing van Delft3D-MOR op dit punt is eigenlijk niet mogelijk. In plaats daarvan zou het onderzoek zich kunnen richten op de langere bekkens met een kleine bodemhelling.
2. het gebruik van dieptegeïntegreerde concentratie ( $\text{kg/m}^2$ ) i.p.v. de dieptegemiddelde concentratie ( $\text{kg/m}^3$ ). Dit geeft verschillen in de afhandeling van de diffusie-term in de transportvergelijking en een singulariteit in de dieptegemiddelde evenwichtsconcentratie bij waterdiepte 0. Hoewel de dieptegeïntegreerde concentratie ( $\text{kg/m}^2$ ) geen fysische grootheid is kan deze benadering wel in Delft3D-MOR geïmplementeerd worden. Omdat echter de dieptegemiddelde concentratie een variabele is die door een groot aantal routines van de software wordt gebruikt vergt aanpassing van Delft3D-MOR voor dit onderzoek een behoorlijk inspanning.
3. de afhandeling van de wrijvingsterm in de waterbewegingsvergelijking. In Delft3D-MOR zit een kwadratische benadering van de wrijvingsterm i.p.v. een lineaire. Aanpassing van Delft3D-MOR voor dit onderzoek is mogelijk maar wordt op dit moment niet aangeraden omdat punten 1. en 2. hierboven voor veel significantere verschillen zorgen. Pas als deze zijn opgelost kan het effect van een lineaire versus een kwadratische wrijvingsterm gekwantificeerd worden.

De modelsimulaties bevestigen de verschillen tussen het Delft3D-MOR procesmodel en het geïdealiseerde model van IMAU. De simulaties zijn gevoelig voor de grootte van de parameters  $\alpha$  en  $\gamma$  die de morfologische tijdschaal bepalen. Voor de lange bekkens van 50

km en 110 km laten de resultaten zien dat de evenwichtsbodems van IMAU niet gehandhaafd worden. De bodem aan de open rand van deze bekkens erodeert. Hoewel er geen lange termijn simulaties zijn uitgevoerd vertonen deze resultaten een tendens tot evenwicht. Het belangrijkste verschil tussen de resultaten van de geïdealiseerde modellen en de procesmodellen lijkt dus te worden veroorzaakt door het verschil in open rand afhandeling.

Het 10 km bekken vertoont oscillaties in het snelheidsveld veroorzaakt door de droogvalprocedure in Delft3D-MOR in combinatie met het korte bekken. Dit verstoort de nauwkeurigheid van de resultaten. Het grootste probleem voor het korte bekken is dus de afhandeling van de gesloten rand die onrealistische resultaten veroorzaakt.

Op basis van deze conclusies wordt aanbevolen in een vervolgstudie na te gaan of het wijzigen van de Delft3D-MOR software geheel conform de geïdealiseerde aanpak de juiste weg is om de geïdealiseerde aanpak en de procesmatige aanpak met elkaar te integreren. Een gedetailleerde analyse van de verschillen en de fysische betekenis ervan kunnen helderheid verschaffen over de haalbaarheid en juistheid van deze manier van integreren.

## 4.2 Analyse 3D stromingsstructuur

Samenvattend zijn uit de analyse de volgende conclusies getrokken:

- De huidige formulering van de SSD t.g.v. Coriolis effect bevat een singulariteit rondom kenteringen. Dit kan verholpen worden door een beperkte aanpassing van het programma.
- Er zijn drie bronnen voor SSL (gedefinieerd als de afwijking van het snelheidsprofiel in de langsrichting t.o.v. het logaritmische profiel): dichtheidsstroming, versnelling hoofdstroming in tijd en versnelling in ruimte.
- Een belangrijk onderdeel van de invloed van het dichtheidseffect kan worden meegenomen in de hoofdstroming door saliniteit mee te modelleren. De SSL t.g.v. dit effect is relatief klein in het geval van de Westerschelde, hoewel het een systematische invloed heeft op het netto sedimenttransport.
- De SSL t.g.v. versnelling in tijd is analoog aan de SSD t.g.v. Coriolis effect. Het is relatief niet zo belangrijk omdat het klein is en omdat het geen systematische invloed heeft op het netto transport.
- De SSL t.g.v. versnelling in ruimte is analoog aan de SSD t.g.v. krommingseffect. Het is een belangrijk effect voor de morfodynamica omdat het relatief groot is en omdat het een systematische invloed heeft op het netto transport.
- De invloed van SSL op SSD is belangrijk terwijl de invloed van SSL op de hoofdstroming en de invloed van SSD op de SSL veel minder belangrijk zijn.
- Met een beperkte uitbreiding van het huidige modelsysteem kan de SSL en de invloed van SSL op SSD worden geïmplementeerd, waarmee een significante verbetering op het toepassingsgebied van het quasi-3D systeem wordt verwacht. Ook de benodigde rekeninspanning wordt hierdoor maar beperkt beïnvloed.

Op basis van deze conclusies wordt concreet aanbevolen de SSL en de invloed van SSL op de SSD te implementeren, te beginnen met de meest eenvoudige formulering, i.e. zonder het relaxatie effect voor de SSL apart te berekenen. De te volgen rekenprocedure is dan

1. Bereken de hoofdstroming (2DH model)
2. Bereken de SSD met de huidige formulering
3. Bereken de SSL
4. Pas de SSD aan om invloed van SSL hierop mee te nemen.

Verder wordt ook voorgesteld de formulering van de SSD t.g.v. Coriolis effect aan te passen rondom kentering van stroming.

Ter verificatie wordt aanbevolen de studie beschreven in ref [4] deels te herhalen, waarbij de secundaire stromingsberekeningen worden herhaald met een verbeterde formulering voor SSD, en worden gecorrigeerd voor de effecten van SSL als hierboven beschreven. De resultaten kunnen worden vergeleken met de stromingsresultaten van het 3D stromingsmodel van de Westerschelde. Dit laatste model kan ook gebruikt worden ter bepaling van de  $\beta$ -coëfficiënt.

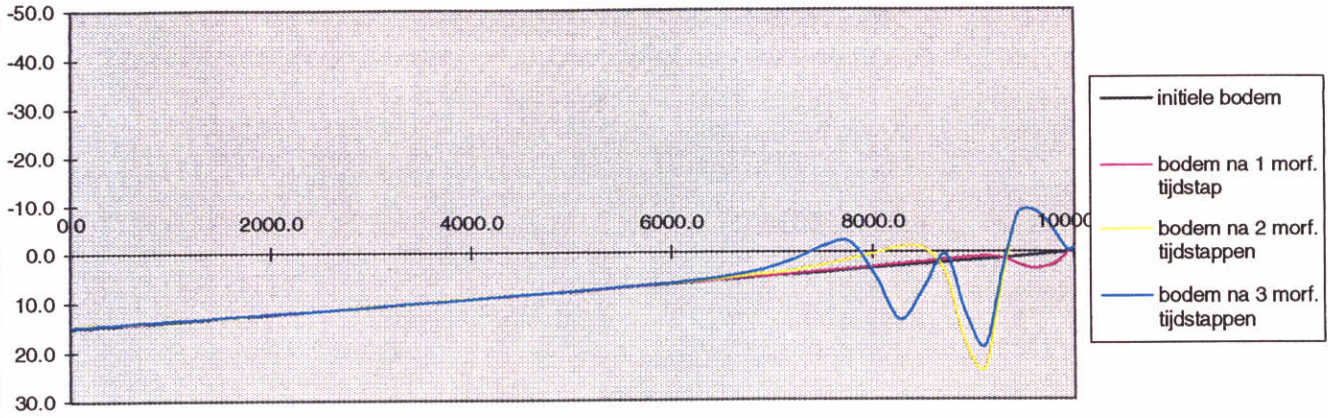
Omdat op dit moment ook een 3D sedimenttransportmodel operationeel is waarbij het zelfs mogelijk is de invloed van sediment transport op de (3D) stroming mee te nemen, wordt eveneens aanbevolen de studie beschreven in ref [4] deels te herhalen, gebruikmakend van het complete 3D model. Dit kan dan tevens als verificatie van de quasi 3D benadering dienen..

# A Referenties

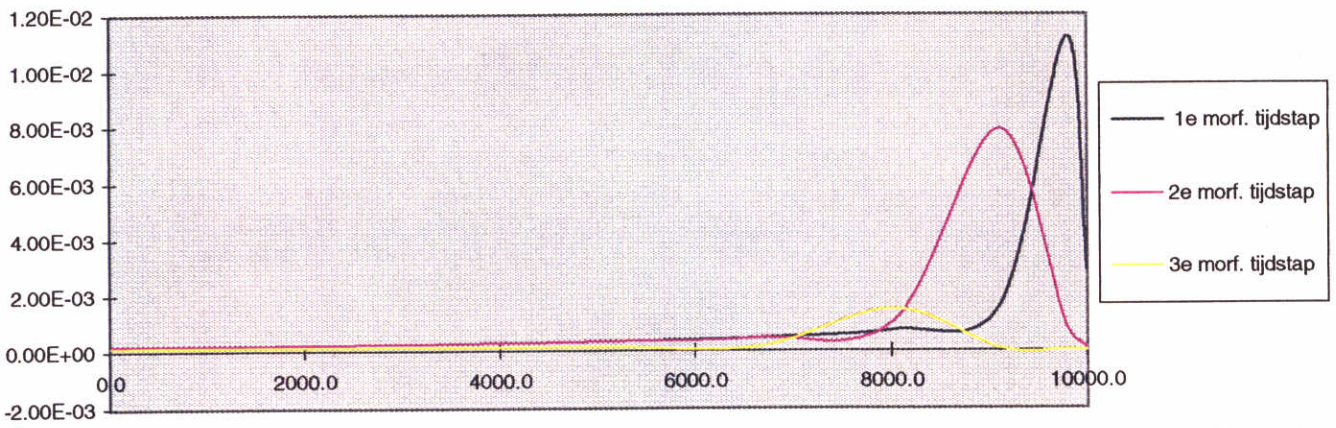
- [1] Kalkwijk, J.P.Th & R.Booij, 1986, Adaptation of secondary flow in nearly horizontal flow, *J. of Hydr. Res.*, Vol. 24, No. 1, 1986.
- [2] Schramkowski G.P. & H.E. De Swart, 1999, The influence of Coriolis force and external overtides on equilibrium morphodynamics in a idealized 3D channel model, *IAHR Symposium on River, Coastal and Estuarine Morphodynamics*, September 1999, Genova.
- [3] Schuttelaars, H.M, 1999, modellering van geulen, platen en drempels in de Westerschelde, *IMAO, Rapport R99-2*.
- [4] Thoolen, P.M.C. & Z.B. Wang, 1999, Sediment transport modellering Westerschelde, *WL | Delft Hydraulics, Rapport Z2489*.
- [5] Verbeek, H, Tank, F.T.G. & M.D. Groenewoud, 1998, "Drempels in de Westerschelde, natuur en mens samen aan het werk", *RIKZ rapport 98.011*.
- [6] Verbeek, H & A. Langerak, 1998, Modellen voor het morfologisch onderzoek van de Westerschelde, *Werkdocument RIKZ\OS-98.804x*, december 1998.
- [7] Vriend, H.J., 1981, Steady flow in shallow channel bends, *Doctoral thesis, Delft University of Technology*.



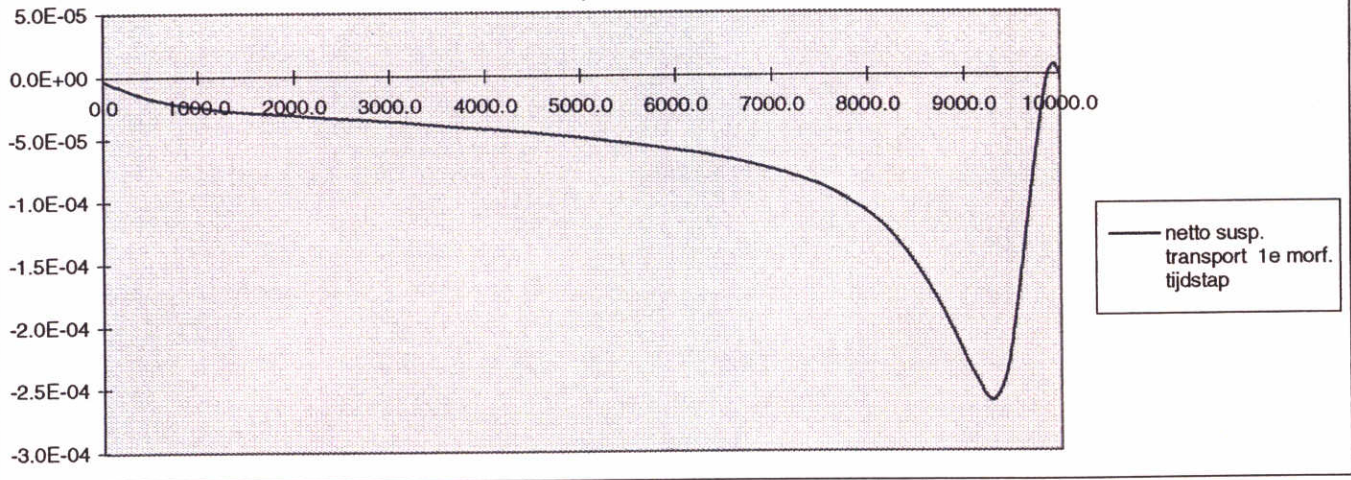
### Bodemontwikkeling



### gemiddelde susp. concentratie



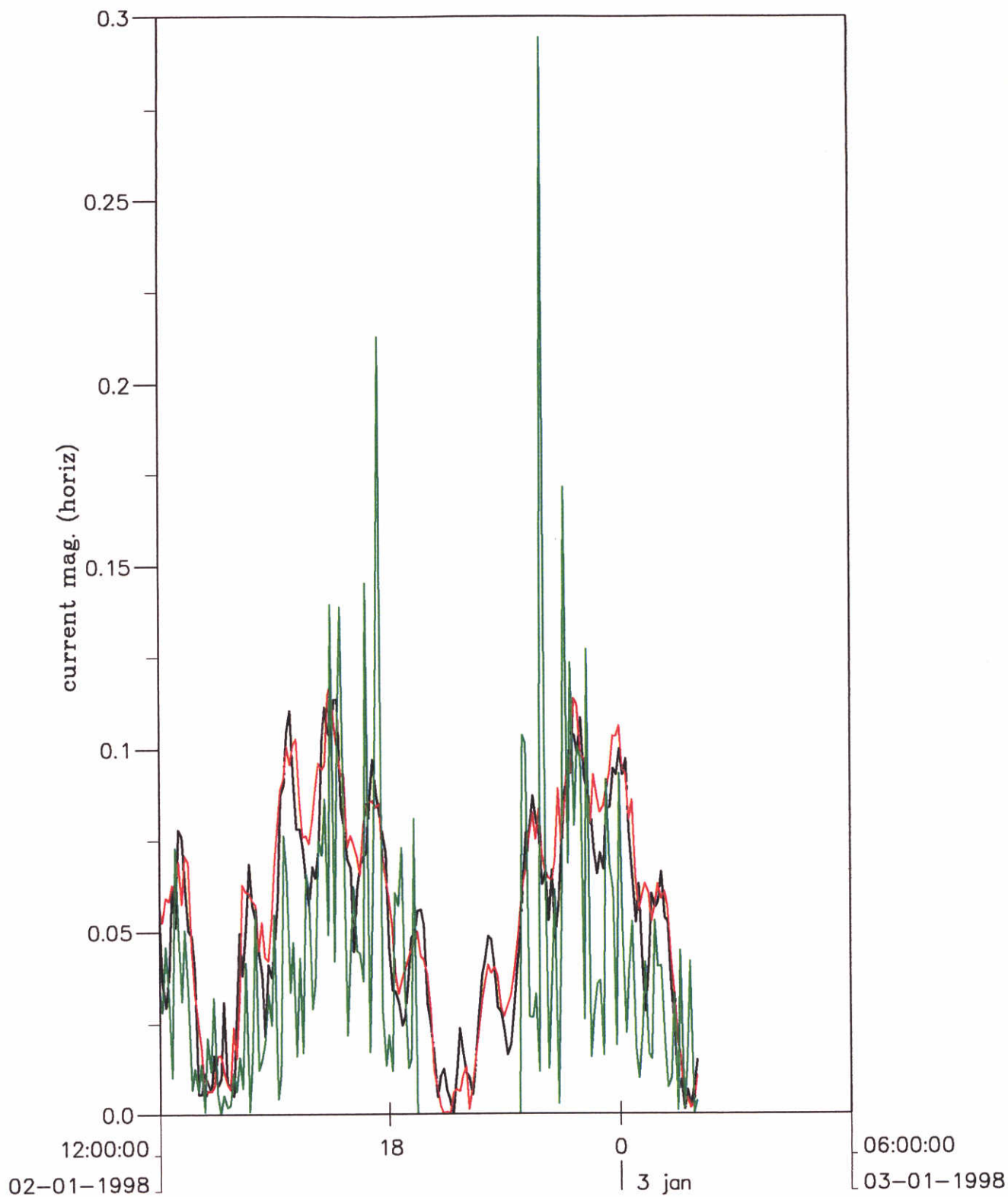
### netto susp. transport 1e morf. tijdstap



**10 km bekken, bodemontwikkeling  
sedimenttransport en concentratieverloop  
alpha = 0.001, gamma = 0.0014**

Z2649

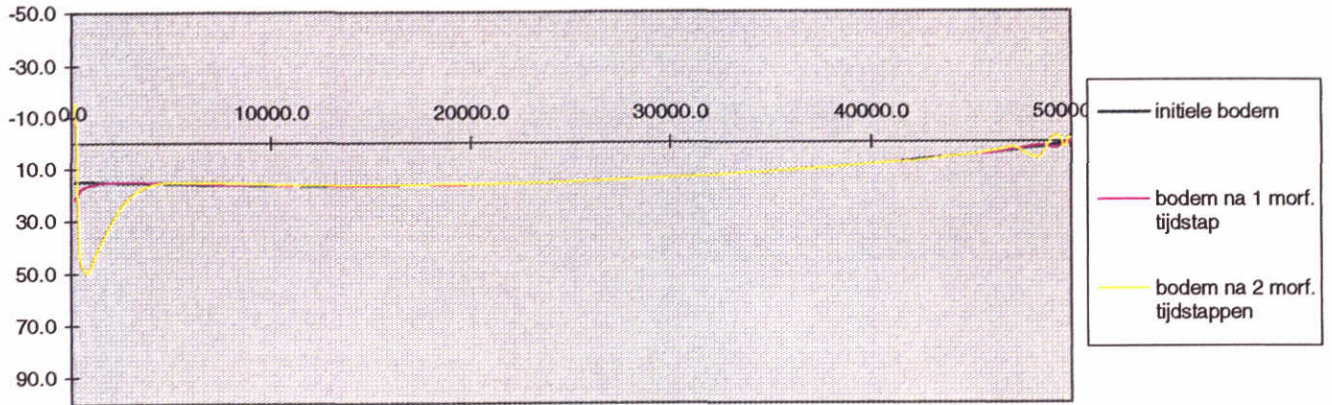
1999



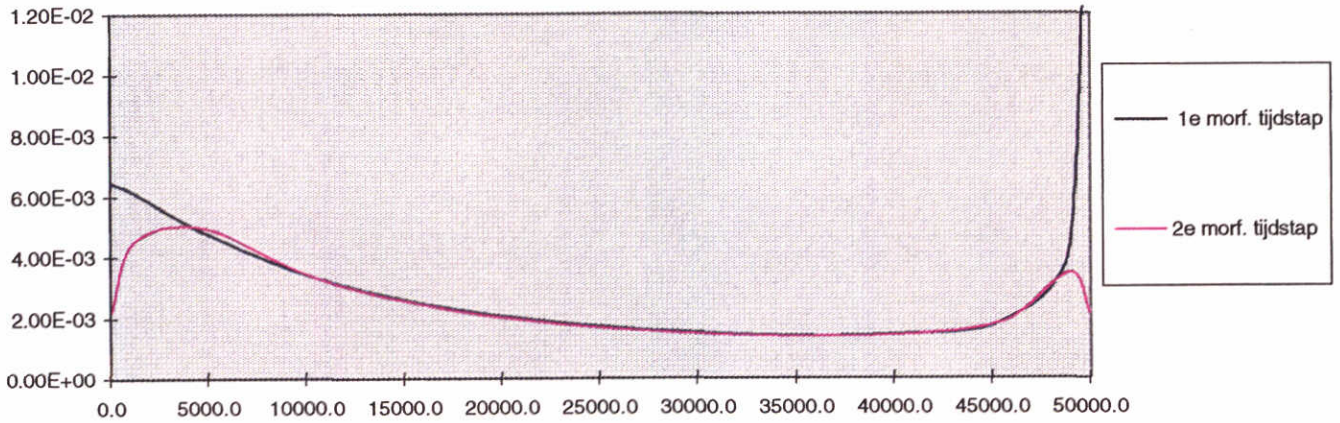
— current mag. (horiz) — mon 14  
 — current mag. (horiz) — mon 2  
 — current mag. (horiz) — mon 22

Stroomsnelheid aan het begin (mon. 2), halverwege (mon. 14)  
 en aan het eind (mon. 22) van het 10 km bekken.

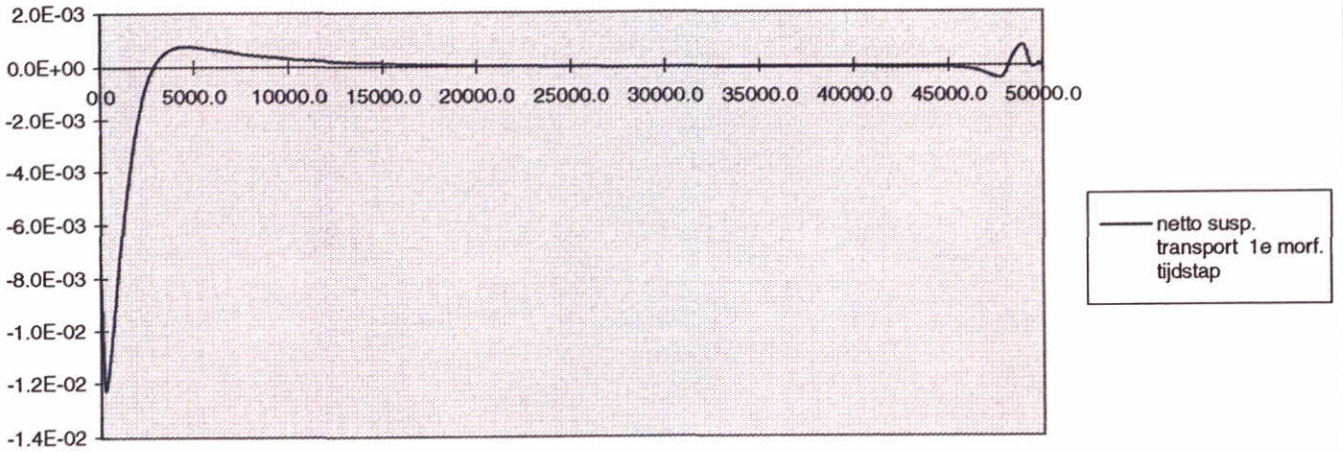
### Bodemontwikkeling



### gemiddelde susp. concentratie



### netto susp. transport 1e morf. tijdstap



**50 km bekken, bodemontwikkeling  
sedimenttransport en concentratieverloop  
alpha = 0.001, gamma = 0.0014**

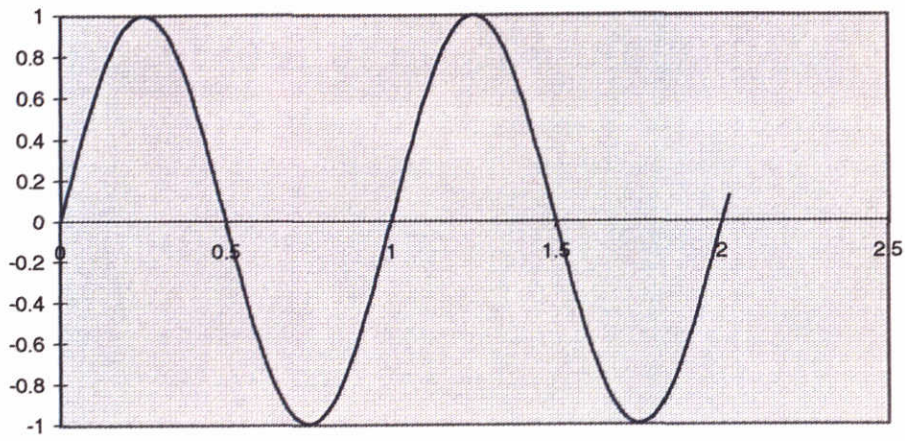
Z2649

1999

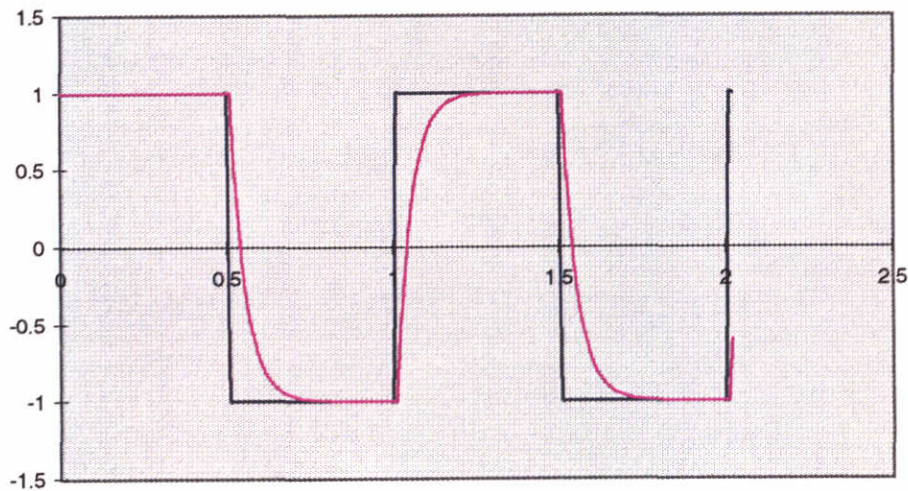
WL | DELFT HYDRAULICS

Fig.2.2a

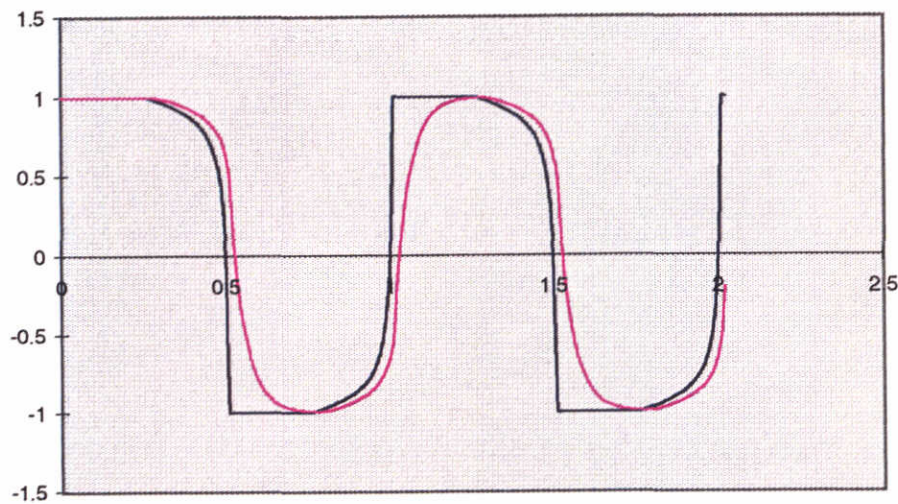




— stroomsnelheid  
hoofdstroming



— intensiteit SSD  
— intensiteit SSD incl.  
relaxatie SSD



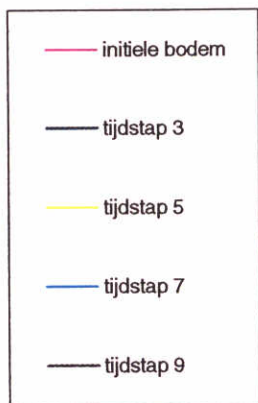
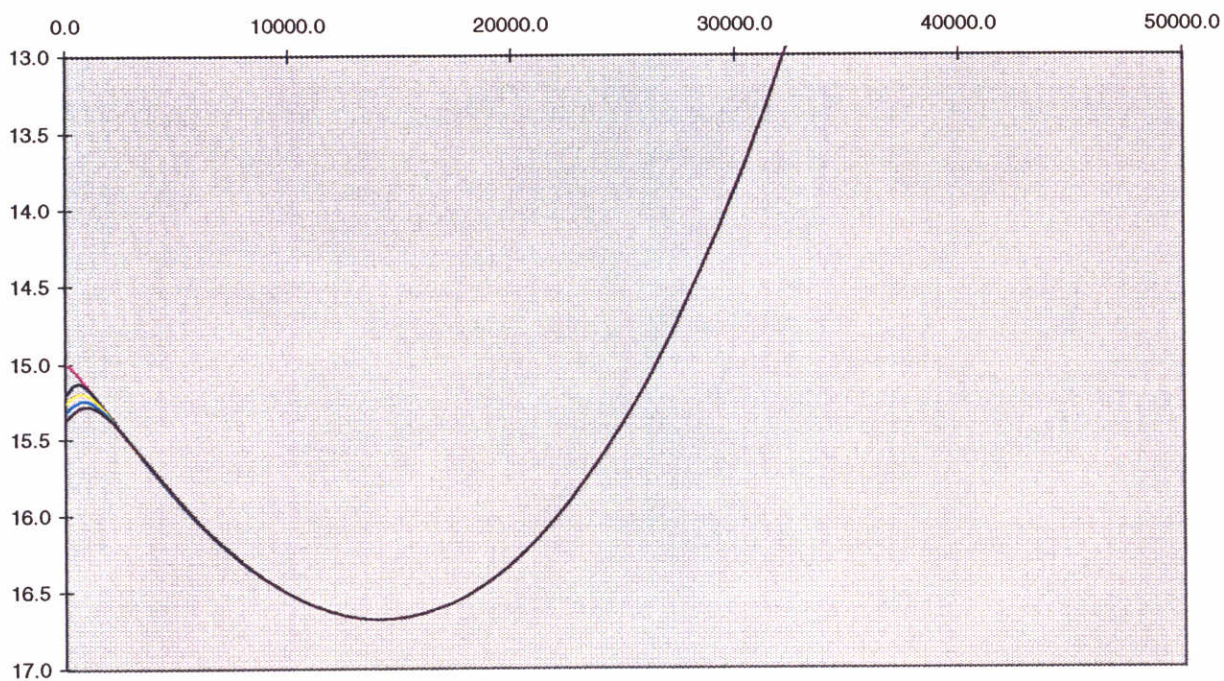
— intensiteit SSD incl.  
relaxatie viscositeit  
— intensiteit SSD incl.  
relaxatie viscositeit en  
relaxatie SSD

**Secundaire stroming t.g.v. Corioli**

**Boven: hoofdstroming, midden: SSD huidig model  
onder: SSD na correctie turbulente viscositeit**

Z2649

1999



50 km bekken, bodemontwikkeling

Z2649

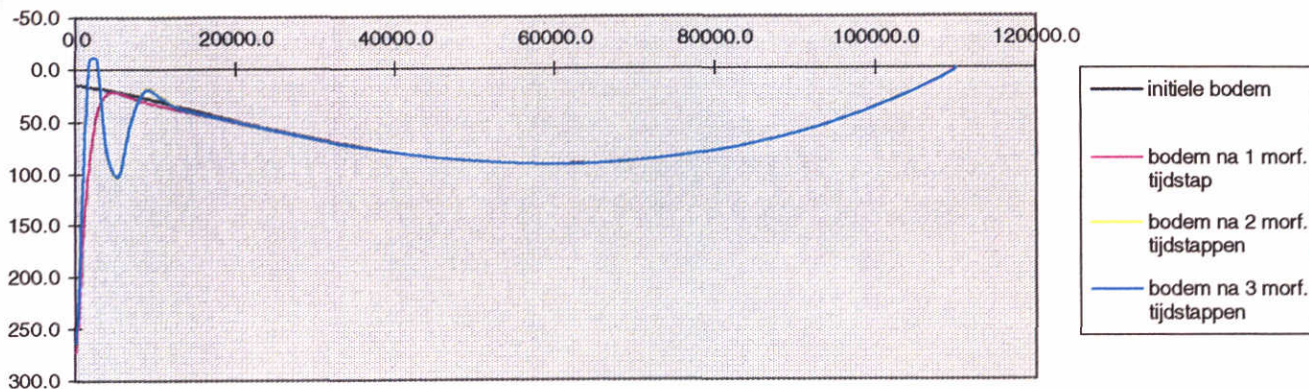
alpha = 0.0001, gamma=0.014

1999

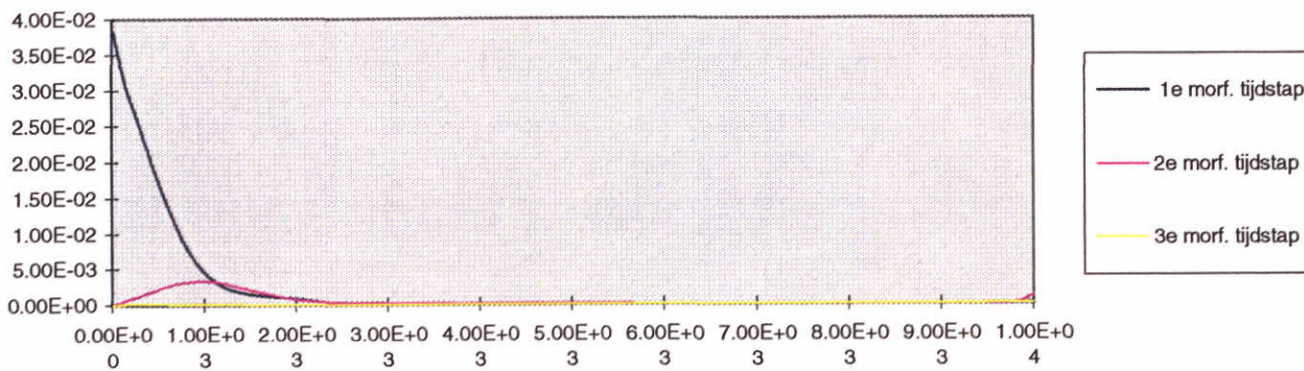
WL | DELFT HYDRAULICS

Fig.2.2b

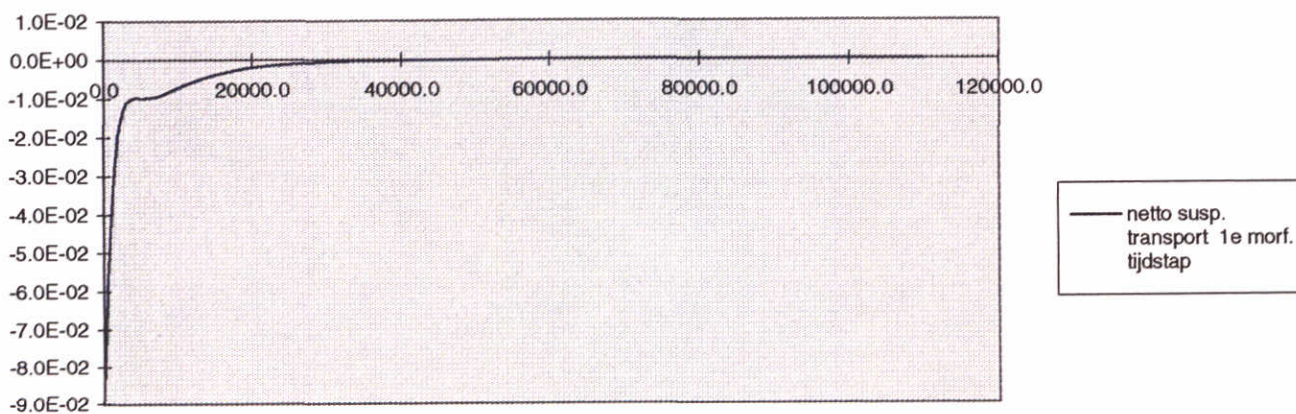
### Bodemontwikkeling



### gemiddelde susp. concentratie



### netto susp. transport 1e morf. tijdstep



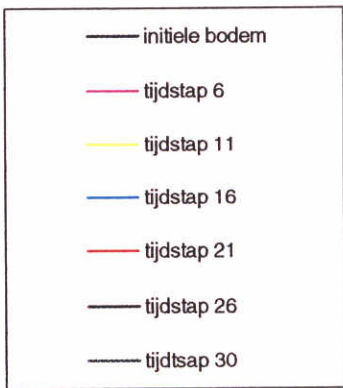
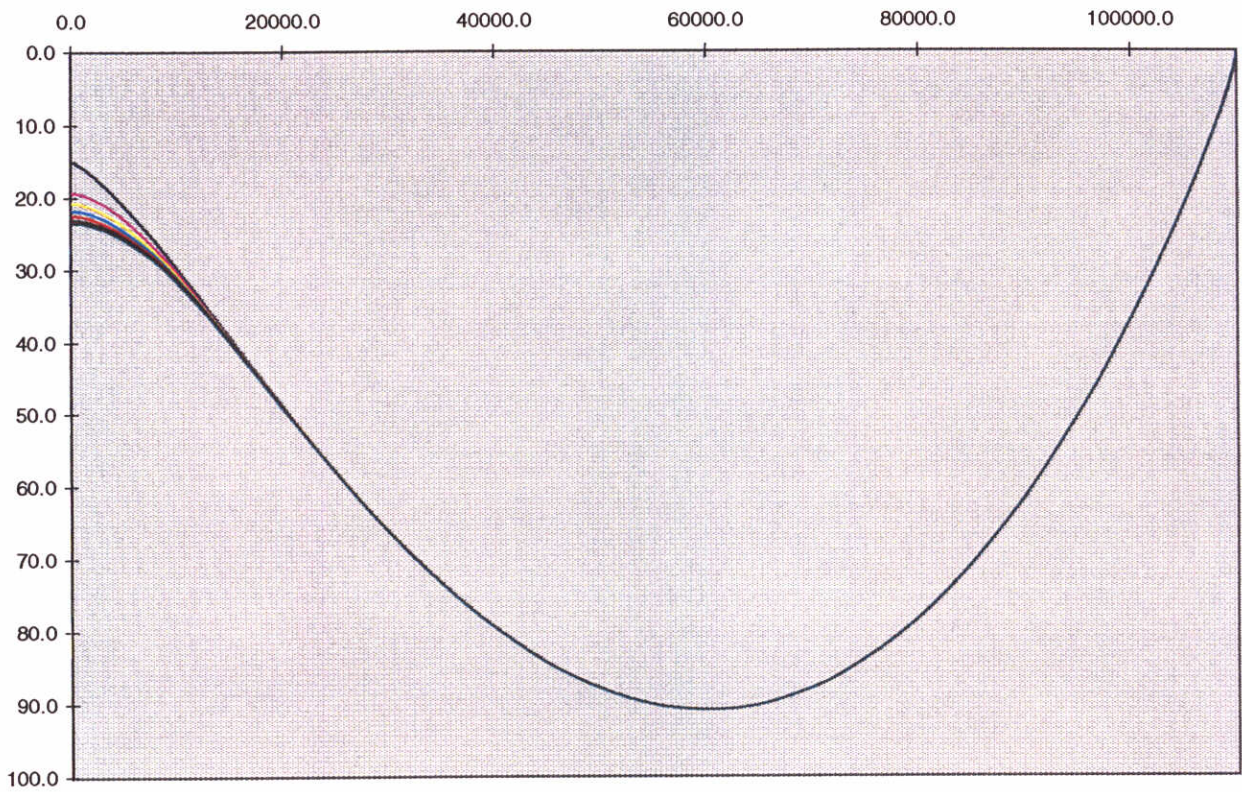
**110 km bekken, bodemontwikkeling  
sedimenttransport en concentratieverloop  
alpha = 0.001, gamma = 0.0014**

Z2649

1999

WL | DELFT HYDRAULICS

Fig.2.3a



**110 km bekken, bodemontwikkeling**

Z2649

**alpha = 0.0001, gamma = 0.014**

1999

WL | DELFT HYDRAULICS

Fig.2.3b



## **wL | delft hydraulics**

**Rotterdamseweg 185  
postbus 177  
2600 MH Delft  
telefoon 015 285 85 85  
telefax 015 285 85 82  
e-mail [info@wldelft.nl](mailto:info@wldelft.nl)  
internet [www.wldelft.nl](http://www.wldelft.nl)**

**Rotterdamseweg 185  
p.o. box 177  
2600 MH Delft  
The Netherlands  
telephone +31 15 285 85 85  
telefax +31 15 285 85 82  
e-mail [info@wldelft.nl](mailto:info@wldelft.nl)  
internet [www.wldelft.nl](http://www.wldelft.nl)**

