

rijkswaterstaat

deltadienst

notitie WB-N-86.027

aan: ir. L. Voogt

van: ir. W.T. Bakker

datum: 7 maart 1986

onderwerp: De snelheid van doorbraak van de dijk rond een energiebekken.

0. Ten geleide

Op 4 februari 1985 stelde ir. L. Voogt aan ir. W.T. Bakker de vraag op korte termijn berekeningen uit te voeren v.w.b. de snelheid van doorbraak van de dijk rond een energiebekken.

Een handgeschreven notitie hieromtrent werd ir. Voogt op 7 februari 1985 uitgereikt.

Aan de logische wens, deze notitie ook in getypte vorm vast te leggen, zou t.g.v. tijdgebrek (andere urgente zaken) pas in maart 1986 gevolg worden gegeven.

De handgeschreven notitie werd toen uitgebreid met de Appendices A en B en in details hier en daar nog iets aangepast.

Teneinde echter het vastleggen van de verrichte studie niet verder te vertragen, werd sinds 1985 verkregen kennis omtrent mengselsprongen niet in de notitie verwerkt.

Verdere studie, zoals aangegeven zal worden in een voorstel van de Technische Hogeschool v.w.b. de Pomp Accumulatie Centrale (PAC) is daarom noodzakelijk.

1. Inleiding

Deze notitie vormt een deel van een studie i.v.m. een risico-analyse aangaande een eventueel spaarbekken in het IJsselmeer, waarin t.b.v. energieopslag water tot een peil van ca NAP + 20 m wordt opgezet.

Een door enige oorzaak in de ringdijk van een dergelijk hoog gelegen bekken ontstaan gat zal - in de tijd gezien - door horizontale en verticale erosie grotere afmetingen gaan aannemen.

In deze gidsstudie wordt getracht een nadere precisering te geven van de snelheid, waarmee een ontgrondingskuil zich in een dergelijk geval zal ontwikkelen, als op het tijdstip $t=0$ van een vlakke bodem wordt uitgegaan.

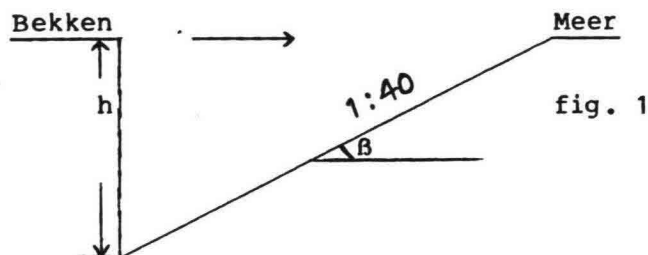
Naderhand wordt in een discussie nog ingegaan op de vraag, hoe een dijkta-lud erodeert, als hier een laag water met een snelheid van 10 m/s over naar beneden schiet. In dit laatste geval wordt de erosiesnelheid waarschijnlijk onderschat omdat alleen het bodemtransport wordt berekend; het leek zinnig een reactie betreffende de gegeven berekeningen af te wachten alvorens nadere tijd te besteden aan het berekenen van het suspensietransport.

2. Berekening van de erosiesnelheid van een ontgrondingskuil

Aannamen:

Snelheid in sluitgat = 10 m/s

Korrel diameter zand = 200 μ m



Profiel ontgrondingskuil als gegeven in fig. 1.

Achtergrond profiel:

Gedacht wordt aan een bovenaanzicht van het sluitgat als gegeven in fig. 2.

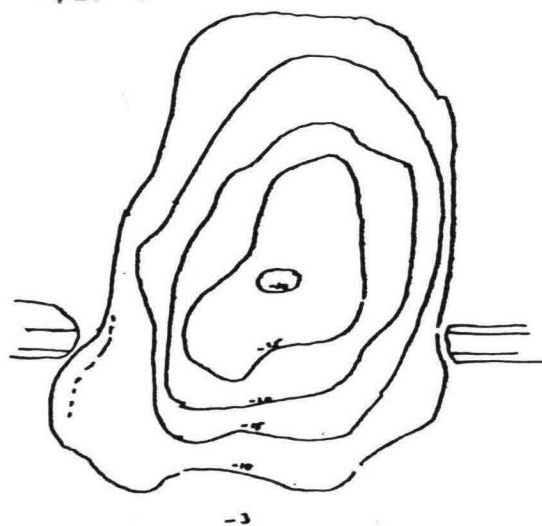


fig. 2.

Schets van een stroomgat
in de Wieringermeerdiijk

naar een peilkaart van
de ingenieur van het heemraadschap
de Wieringermeer d.d. 26 juni 1945

Diepten in m onder NAP

Een vrij abrupte beëindiging bovenstrooms werd na 1953 in verschillende sluitgaten eveneens wel aangetroffen. Verder wordt de berekende ontgrondingsdiepte kleiner als de bovenstroomse helling flauwer wordt gekozen, de ontgrondingsdiepte wordt dus in zoverre gemaximaliseerd.

Gevraagd:

Hoe neemt de ontgrondingskuildiepte h in fig. 1 in de tijd toe?

Alleen een allereerste verkenning wordt verlangd.

Antwoord:

De snelheid in het sluitgat is dusdanig, dat de fysische concepties van de meeste zandtransportformules niet toereikend zijn. Aangezien naar een maximum gezocht wordt, biedt de methode van Bagnold [1] aantrekkelijke mogelijkheden, daar deze methode uitgaat van energiebeschouwingen.

Ook bij Doomsdag omstandigheden mag worden aangenomen, dat niet méér energie in het zandtransport wordt gestoken, dan überhaupt ter beschikking is.

Optimistischer, maar ook reëler, is hierbij efficiency factoren, kleiner dan 1 in te voeren; men blijft hierbij echter het probleem "in de hand" houden, in zoverre dat men kan nagaan of de gebruikte efficiency factoren met het ingenieurs-gevoel overeenstemmen.

Berekening van het bed-load transport volgens Bagnold:

Noem de door de stroom per tijdseenheid per eenheid van breedte verbruikte energie:

$$\omega = \tau \bar{u} \quad (1)$$

waarin τ de schuifspanning op de bodem en $\bar{u}$ de gemiddelde watersnelheid.

De dimensie van ω is $[N/ms]$ ofwel $[kg/s^3]$

Maak gebruik van:

$$\bar{u} = C_h \sqrt{h I} \quad (2a)$$

$$\tau = \rho_w g h I \quad (2b)$$

waarin h de waterdiepte, I het verhang, ρ_w de soortelijke dichtheid van water, C_h de coëfficiënt van de Chezy en g de versnelling van de zwaartekracht.

Dan volgt uit (1) en (2a, 2b):

$$\omega = \rho_w \frac{g}{C_h^2} \bar{u}^3 \quad (3)$$

Bagnold [1] definieert het bed-load transport i_b als het ondergedompelde gewicht van het sediment in de bodemlaag per eenheid bodemoppervlak maal de gemiddelde snelheid $\bar{u}_b$ van dit sediment.

Is de massa van dit sediment (per eenheid van oppervlakte) m_b , dan is i_b als volgt uit te drukken (ρ_z = soortelijke massa zand):

$$i_b = \frac{\rho_z - \rho_w}{\rho_z} m_b g \bar{u}_b \quad (4)$$

De dimensie van i_b is $[(kg/m^2).(m/s^2).(m/s)]$ ofwel $[kg/s^3]$, evenals van ω .

In een ander artikel [2] ontrolt Bagnold een "rollend tapijt-conceptie" waarin hij duidelijk maakt, dat als de schuifspanning op het bodemoppervlak toeneemt, de bovenste laag dansende korrels een volgende laag kan meenemen enzovoort, waardoor een tapijt van een aantal lagen dik als bodemtransport kan ontstaan.

In [1] maakt Bagnold duidelijk, dat dit rollende tapijt met maximale efficiency wordt getransporteerd als 1/3 van de per tijdseenheid verbruikte energie hiervoor gebruikt wordt 1), 2), 3).

Hierbij is het "rollend tapijt" als een geheel gezien (korrels met omringend water); echter de korrels vertonen slip t.o.v. het water. Een deel van de aan het tapijt bestede arbeid komt dus aan de verplaatsing van de korrels ten goede, de rest aan de verplaatsing van het omringende water. Aldus vindt Bagnold een efficiency factor e_b voor het bed-load transport (d.w.z. voor het bewegen van de korrels als zodanig): van de orde 0,11 à 0,15, afhankelijk van het getal van Reynolds. De verrichte arbeid door de korrels is:

$$e_b \omega = i_b \tan \alpha \quad (5)$$

Hierin is $\tan \alpha$ de hoek van de interne wrijving van het korrelmateriaal. Bagnold suggereert hiervoor een waarde van $\tan \alpha = 0,63$.

Om de gedachten te bepalen, kan de essentie van Bagnold's theorie als volgt worden geïllustreerd. Vergeet daartoe de zwakke afhankelijkheid van e_b voor $\bar{u}$.

Het transport i_b is recht evenredig met ω .

Zou zich bij een snelheid $\bar{u} = 1$ m/s een volledig rollend tapijt van 1 laag ontwikkelen, dan gaan bij 10 m/s 100 lagen 10 keer zo snel "aan de rol".

In feite ontwikkelt zich bij $\bar{u} = 0,6$ m/s reeds een "1-laag tapijt". Bij 10 m/s komen dus $(10/0,6)^2$ lagen = $278 \times 200 \mu = 5,6$ cm korrels in beweging.

De gemiddelde snelheid van de korrels in $e_b \bar{u}$;

bij 10 m/s wordt hier dus ca 1,2 m/s voor gevonden.

Hierdoor ontstaat dus een transport van $0,07 \text{ m}^3/\text{m}^2\text{s}$.

Met gebruikmaking van de hiervoor genoemde formules kan de geschetste berekeningsmethode als volgt worden geformaliseerd:

Uit (3): bij $C_h = 50 \text{ m/s}$; $\rho_w = 1000 \text{ kg/m}^3$; $g = 10 \text{ m/s}^2$, $\bar{u} = 10 \text{ m/s}$:
 $\omega = 4000 \text{ N/ms}$

Bij $e_b = 0,12$ is $i_b = e_b \omega / \tan \alpha = 760 \text{ N/ms}$.

Bij een poriegehalte van 40% weegt 1 m^3 zand onder water:

$$(\rho_z - \rho_w) g (1-n) = 1600 \cdot 10 \cdot 0,6 = 9600 \text{ N}.$$

- 1) voor een turbulente vloeistof
- 2) dit houdt in, dat het tapijt 1/3 van de snelheid $\bar{u}$ verkrijgt
- 3) in dit stadium van berekening lijkt het niet zinvol, uit te gaan van ver-
fijndere latere versies van Bagnold theorie [3].

Bagnold geeft dus een bodemtransport van $0,08 \text{ m}^3/\text{m}^1\text{s}$ (te vergelijken met de hiervoor genoemde $0,07 \text{ m}^3/\text{m}^1\text{s}$).

Stel nu, dat de vorm van het geulprofiel als gegeven in fig. 1 blijft bestaan, doch dat alleen de schaal van de figuur in de loop van de tijd ver-groot.

Teneinde op het tijdstip t een diepte $h(t)$ te bereiken moet een hoeveelheid $20 h^2(t)$ per eenheid van breedte zijn getransporteerd.

Bij een transport van $0,08 \text{ m}^3/\text{m}^1\text{s} = 286 \text{ m}^3/\text{m}^1 \text{ u}$ wordt gevonden (t in uren):

$$20 h^2(t) = 286 t \rightarrow h(t) = 3,78 \sqrt{t}$$

Hierbij is het suspensietransport verwaarloosd; hieromtrent handelt de volgende beschouwing. Bij een naar boven gerichte bodemhelling $\tan \beta$ zal het zwaartepunt van het suspensietransport i_s (analoog gedefinieerd aan i_b) zich per tijdseenheid over een hoogte $\bar{p} \tan \beta$ naar boven verplaatsen, waarbij p een getal tussen 0 en 1 is.

Kies $p = 1/2$, verwaarloos de invloed van de valsnelheid van de korrels, dan wordt per tijdseenheid een arbeid ω_s verricht van:

$$\omega_s = \frac{1}{2} i_s \tan \beta \quad (6)$$

Bagnold stelt (op naar de mening van auteur dezes, trouwens vrij dubieuze gronden) de efficiency factor ¹⁾ voor suspensietransport op 0,01:

$$\text{Bagnold: } \omega_s = 0,01 \omega \quad (7)$$

Gelijkstellen van (6) en (7) en invullen van $\tan \beta = 1/40$, $\bar{u} = 10 \text{ m/s}$ geeft:

$$i_s = 0,8 \omega$$

Hierdoor wordt $i_s = 3200 \text{ N/ms}$.

Het totaal voor i_s en i_b wordt 3960 N/ms ; dit geeft een verdieping van ca $8,6 \sqrt{t}$ (meter in uren).

3. Discussie

Uit het voorgaande volgt, dat ontgrondingskuilen waarschijnlijk slechts een matige omvang zullen krijgen. Bij gelijkblijvende ω zou i_b echter sterk toenemen als een waterstraal met een snelheid van 10 m/s een dijkta-lud af-schiet. Neem even aan, dat de efficiency factor voor het bedload hetzelfde blijft en stel de helling β^1 van het talud 1:3. Dan komt per tijdseenheid $(i_b + i_s) \tan \beta^1$ aan energie vrij.

Er geldt nu:

$$e_b \omega + i_b \tan \beta^1 = i_b \tan \alpha$$

$$i_b = \frac{e_b}{\tan \alpha - \tan \beta^1} \omega \quad (8)$$

¹⁾ $2/3 e_s$ in Bagnold's nota (zie Appendix B).

behoort bij:

nr.

bladnr:

notitie

6

Hierdoor wordt i_b ($e_b = 0,12$; $\tan \alpha = 0,63$; $\tan \beta = 0,33$) 1600 N/ms ofwel $0,17 \text{ m}^3/\text{m}^1\text{s} = 612 \text{ m}^3/\text{m}^1$ u. Per minuut wordt van een 20 m hoge dijk een laag van 0,5 m "afgeschoren". Dit nog afgezien van het suspensietransport. Indien er behoefte bestaat, zou hieromtrent een vervolgstudie naar kunnen worden uitgevoerd.

4. Conclusie

Als overstort over de dijk plaats vindt, waarbij een stroomsnelheid van 10 m/s over het talud wordt bereikt, wordt naar verwachting een bovenlaag van ca 14 cm 1) gefluidiseerd; hierdoor wordt per minuut een laag van ca 50 cm van het talud "afgeschoren". Hierbij komt nog het verlies door suspensie-transport, wat nog niet is berekend.

Op de plaatsen, waar de dijk is verdwenen, kan een contractieput ontstaan. Uitgaande van de gegeven aannamen wordt hiervoor een maximale ontgrondingsdiepte van $8,6 \sqrt{t}$ meter voorzien, waarbij t de tijd in uren voorstelt.

1) $i_b/u_b = 0,17/1,2 \text{ m} = 14 \text{ cm}$.

Appendix A

Vergelijking met formules van de Graauw en Pilarczyk [4].

In dit appendix zal de in hoofdstuk 2 gegeven methode worden vergeleken met proefondervindelijke resultaten van de Graauw en Pilarczyk [4].

De berekeningswijze van hoofdstuk 2 kan als volgt worden geformaliseerd.

Bij een ontgrondingskuil zonder bovenstroomse zandaanvoer resulteert een zandafvoer van i ($=i_b + i_s$) in een vergroting van de ontgrondingskuil met $i/(1-n)(\rho_z - \rho_w) g$ m² per tijdseenheid. Immers: i is uitgedrukt in eenheden van gewicht onder water (zie (4)).

In een tijdspanne t ontstaat dus een ontgrondingskuil, waarvan het oppervlak van de langsdorsnede de volgende grootte bezit:

$$1/2 h^2 / \tan \beta = \frac{i_b + i_s}{(1-n)(\rho_z - \rho_w) g} t \quad (A1)$$

Hierin is, volgens (5), het bodemtransport i_b :

$$i_b = \frac{e_b}{\tan \alpha} \omega \quad (A2)$$

Volgens (6), (7) en appendix B geldt voor het suspensietransport i_s :

$$i_s = \frac{2}{\tan \beta} \left(\frac{2}{3} e_s \right) \omega \quad (A3)$$

Invullen van (A2) en (A3) in (A1) levert een relatie tussen de kuildiepte h en de tijd t :

$$1/2 h^2 / \tan \beta = \left\{ \frac{e_b}{\tan \alpha} + \frac{2(2/3)e_s}{\tan \beta} \right\} \frac{\omega t}{(\rho_z - \rho_w) g (1-n)} \quad (A4)$$

en na invullen van (3):

$$h^2 = 2 \left\{ \frac{\tan \beta}{\tan \alpha} e_b + 0,02 \right\} \frac{\bar{u}^3 t}{\Delta C_h^2 (1-n)} \quad (A5)$$

Hierin is Δ de relatieve korreldichtheid $(\rho_s - \rho_w) / \rho_w$

Met verwaarlozing van de eerste term aan de rechterzijde ontstaat hieruit:

$$h = \frac{2}{10} \frac{1}{\Delta^{0,5}} \bar{u}^{1,5} \left[\frac{t}{C_h^2(1-n)} \right]^{0,5} \quad (A6)$$

Vgl. (A6) is dimensioneel correct; als $\bar{u}$ is uitgedrukt in m/s is t dus uitgedrukt in seconden.

Bij benadering (bij de aanname $C_h = 60 \sqrt{\text{m/s}}$) is t/C_h^2 dus de tijd, uitgedrukt in uren.

In [4] geven de Graauw en Pilarczyk formules voor locale erosie achter een overlaat, met een bodembezinking benedenstrooms.

Deze formules zijn empirisch, m.b.v. modelonderzoekresultaten en de evaluatie van een prototypemeting tot stand gekomen.

Vergelijk (A6) nu met vgl. (4) uit 4, welke de maximale erosiediepte h in de stroomput achter de bezinking levert:

$$h = \frac{(\alpha \bar{u} - u_{cr})^{1,7} h_o^{0,2}}{10 \Delta^{0,7}} t_1^{0,4} \quad (A7)$$

Hierin is:

h_o = de waterdiepte, waarop de bezinking ligt (in m)

t_1 = de tijd in uren

α = coefficient, afhankelijk van de hoogteligging van de overlast en van 3-dimensionale effecten

u_{cr} = de critische snelheid voor begin van beweging

Voor de stroomput bij de beëindiging van een bezinking zonder overlaat (d.w.z.: hoogte overlaat = 0) is x van de orde van 1,5 á 2.

Met verwaarlozing van u_{cr} is (A7) dan in een visueel soortgelijke vorm als (A6) te schrijven:

$$h = \frac{2}{10} \frac{1}{\Delta^{0,7}} \bar{u}^{1,7} h_o^{0,2} t_1^{0,4} \quad (A8)$$

Ook numeriek ($h_o^{0,2} \approx 20^{0,2} \approx 2$; $(1-n)^{-0,5} \approx 1,3$) zijn de resultaten niet erg verschillend, als men bedenkt, dat $C_h = 60 \sqrt{\text{m/s}}$ een wat hoge keuze is.

Appendix B

Opmerking over Bagnold's paper [1].

Vgl. (9) van paper [1] geeft als formule voor het totaal transport i (zie [1], pag I 6):

$$i = \left\{ \frac{e_b}{\tan \alpha} + \frac{e_s \bar{U}_s}{V} (1-e_b) \right\} \quad (B1)$$

Hierin geeft de eerste term aan de rechterzijde het bodemtransport en de tweede term het suspensietransport. De snelheden $\bar{U}_s$ en V stellen respectievelijk de horizontale snelheid ten hoogte van het zwaartepunt van het suspensietransport en de valsnelheid voor.

Verder geldt voor de efficiency factor e_b (pag I 7):

$$e_b = e_c \cdot e_g \quad (B2)$$

Hierin is:

e_b = de efficiency factor, waarmee de korrels bij de bodem worden getransporteerd.

e_c = de efficiency factor, waarmee een "rollend tapijt" wordt getransporteerd.

e_g = de efficiency factor, waarmee de korrels binnen het "rollend tapijt" worden getransporteerd.

In grote lijnen (d.w.z met verwaarlozing van enige details) is volgens Bagnold 's versie: $e_c = e_g = 1/3$; e_b wordt dus $1/9$ (in nadere detaillering vindt Bagnold voor e_b een waarde 0,11 à 0,15; zie [1], fig. 3, pag I 8).

Voor wat betreft de tweede term van (B1) stelt Bagnold (pag. I 14):

"I decided to assume, that the suspension efficiency e_s has the universally constant 0.015 for fully developed suspension by turbulent shear flow. This assumption gives the numerical coefficient in the second term of equation 9 the round figure of $2/3 \times 0.015 = 0.01$ ".

Impliciet stelt Bagnold dat $(1-e_b) e_s = 0,010$ ofwel dat $e_b = 1/3$ is.

Dit is een interne inconsistentie in zijn paper: immers, $e_b \approx 0,11$ à $0,15$.

In feite zou men in de tweede term van het rechterlid van (B1) de coefficient " e_b " door " e_c " horen te vervangen. Immers: de hoeveelheid energie, die voor het suspensietransport nog ter beschikking is, bedraagt $(1-e_c)$ maal de totale hoeveelheid energie.

Dit is vrij zeker ook, wat Bagnold bedoelt (maar niet schrijft).

In (7) van de voorliggende notitie is de hiervoor genoemde coefficient $(1-e_c)e_s = 0,01$ toegepast.

Literatuur

1 Bagnold, R.A.

An approach to the Sediment Transport Problem from General Physics
Geological Survey Professional Paper 422-1

U.S. Government Printing Office, Washington 1966.

2 Bagnold, R.A.

Flow of cohesionless grains in fluids.

Roy.Soc.London, Philos. Trans. V 249, p 235-297 (1956).

3 Bagnold. R.A.

Bed Load Transport by Natural Rivers.

Water Resources Research vol13, no 2; april 1977.

4 A.F.F. de Graauw and K.W. Pilarczyk

Model prototype conformity of local scour in
non-cohesive sediments beneath overflow-dam

Delft Hydraulics laboratory, publ nr. 242 november 1980

<u>Symbolen</u>	<u>Dimensie</u>
C_h coefficient van de Chezy	$\sqrt{m/s}$
e_b efficiency factor voor het bodemtransport	-
e_s " " " " suspensietransport	-
g versnelling van de zwaartekracht	m/s^2
h waterdiepte	m
$h(t)$ maximale diepte van de contractieput op het tijdstip t	m
i_b het ondergedompelde gewicht van het sediment	kg/s^3 , ofwel:
in de bodemlaag per eenh.v. bodemoppervlak x de gem.snelh.	N/ms
i_s het zwevend transp.(analoog gedefinieerd a.h. bodemtransport)	kg/s^3
I Verhang	-
m_b de massa van het bodemtransport per eenheid v.h.bodemoppervl.	kg/m^2
n poriegehalte	-
p verhouding tussen de tangens v.d.hoek die de richtingsvector v . (het zwaartepunt van) het suspensietransp. met de horizontaal maakt enerzijds en de tangens v.d. taludhelling anderzijds	-
t tijd, verstreken na het ontstaan van de contractieput	uur
$\bar{u}$ verticaal gemiddelde watersnelheid	m/s
$\bar{u}_b$ gemiddelde snelheid van het bodemsediment	m/s
α wrijvingshoek van de korrels	-
β opwaartse helling van de erosiekuil (fig 1)	-
β^1 neerwaartse helling van het dijkta- lud	-
$\rho_w(z)$ soortelijke massa water (zand)	kg/m^3
τ schuifspanning	N/m^2
ω de door de stroom per tijdseenheid en per eenheid van breedte verbruikte energie	N/m^3
ω_s per tijdseenheid en per eenh. v. breedte voor suspensietrans- port verbruikte energie	N/m^3