

waterloopkundig laboratorium
delft hydraulics laboratory

stormvloedkering Oosterschelde
bewegingsgedrag schuiven onder invloed
van het beweegsysteem en de wrijving
bij de glijdopleggingen

wiskundig model massaveersysteem
met Coulombse wrijving

verslag onderzoek

R 1280

januari 1979

stormvloedkering Oosterschelde
bewegingsgedrag schuiven onder invloed
van het beweegsysteem en de wrijving
bij de glijdopleggingen

wiskundig model massaveersysteem
met Coulombse wrijving

verslag onderzoek

R 1280

januari 1979

INHOUD

Lijst van figuren

Lijst van tabellen

Lijst van symbolen

	<u>blz.</u>
<u>1</u> <u>Inleiding</u>	1
1.1 Opdracht	1
1.2 Probleemstelling	1
1.3 Samenvatting	1
1.4 Konklusies	3
<u>2</u> <u>Coulombse wrijving</u>	5
2.1 Algemeen	5
2.2 Stick-slipverschijnsel	6
<u>3</u> <u>Eenmassaveersysteem</u>	9
3.1 Schematisatie	9
3.2 Invoergegevens	10
3.3 Resultaten	12
<u>4</u> <u>Tweemassaveersysteem - algemeen</u>	14
4.1 Inleiding	14
4.2 Schematisatie	14
4.3 Invoering stick-slipverschijnsel	16
4.4 Schematisatie en invoergegevens	18
4.5 Belastinggevallen	19
<u>5</u> <u>Tweemassaveersysteem - belasting door golven</u>	20
5.1 Inleiding	20
5.2 Invoergegevens	20
5.3 Verwerking computerresultaten	22
5.4 Invloed Coulombse wrijving en stick-slipverschijnsel	22
5.4.1 Algemeen	22
5.4.2 Resultaten	23
5.4.3 Beschouwing van de resultaten	23
5.4.4 Konklusies	25

INHOUD (vervolg)

	<u>blz.</u>
5.5	Invloed faseverschil horizontale en vertikale kracht 26
5.5.1	Algemeen 26
5.5.2	Resultaten 27
5.5.3	Beschouwing van de resultaten en konklusies 28
5.6	Invloed opgedrongen beweging en c 28
5.6.1	Algemeen 28
5.6.2	Resultaten 28
5.6.3	Beschouwing van de resultaten en konklusies 29
5.7	Overige rekengevallen 31
5.7.1	Inleiding 31
5.7.2	Invloed voorspanning 31
5.7.3	Situatie tegen eind sluiten 31
5.7.3.1	Invoergegevens 31
5.7.3.2	Resultaten en konklusies 32
5.7.4	Situaties halverwege sluiten 32
5.7.5	Situatie begin sluiten 33
5.7.5.1	Invoergegevens 33
5.7.5.2	Invloed voorspanning 33
5.7.5.3	Resultaten en konklusies 34
<u>6</u>	<u>Tweemassaveersysteem - belasting door stroming</u> 35
6.1	Inleiding 35
6.2	Invoergegevens 35
6.3	Verwerking van de resultaten 37
6.4	Invloed Coulombse wrijving en frekwentie stromingsexcitatie .. 38
6.4.1	Algemeen 38
6.4.2	Beschouwing van de resultaten 41
6.4.3	Konklusies 41
6.5	Invloed faseverschil horizontale en vertikale kracht 42
6.6	Invloed opgedrongen beweging 43

REFERENTIES

BIJLAGE

FIGUREN

Lijst van figuren

- 1 Eenmassaveersysteem : voorbeeld van de uitvoer van y , $\dot{y}$ en $\ddot{y}$
- 2 Eenmassaveersysteem : voorbeeld van de uitvoer van $V(t)$, $H(t)$, $W(t)$
- 3 Eenmassaveersysteem : $\frac{W}{V} = 0,01$, $\frac{\Omega}{\omega} = 4$ (rekengeval A1)
- 4 Eenmassaveersysteem : $\frac{W}{V} = 0,25$, $\frac{\Omega}{\omega} = 4$ (rekengeval A3)
- 5 Eenmassaveersysteem : $\frac{W}{V} = 0,01$, $\frac{\Omega}{\omega} = 0,5$ (rekengeval A21)
- 6 Eenmassaveersysteem : $\frac{W}{V} = 0,01$, $\frac{\Omega}{\omega} = 1$ (rekengeval A16)
- 7 Eenmassaveersysteem : $\frac{W}{V} = 0,9$, $\frac{\Omega}{\omega} = 1,6$ (rekengeval A15)
- 8 Eenmassaveersysteem : $\frac{W}{V} = 0,9$, $\frac{\Omega}{\omega} = 1$ (rekengeval A20)
- 9 Eenmassaveersysteem : $\frac{y_{dyn}}{y_{stat}}$ als functie van $\frac{W}{V}$ en $\frac{\Omega}{\omega}$
- 10 Tweemassaveersysteem: voorbeeld van de uitvoer van $\dot{y}$, $\dot{x}$ en $\ddot{y}$
- 11 Tweemassaveersysteem: voorbeeld van de uitvoer van x , $\dot{x}$ en $\ddot{x}$
- 12 Tweemassaveersysteem: voorbeeld van de uitvoer van $V(t)$, $H(t)$, $W(t)$
- 13 Tweemassaveersysteem: belasting door golven; $a = 0$ en $b = 0$
(rekengeval B1)
- 14 Tweemassaveersysteem: belasting door golven; $a = 0,1$ en $b = 0,1$
(rekengeval B2)
- 15 Tweemassaveersysteem: belasting door golven; $a = 0,2$ en $b = 0,2$
(rekengeval B4)
- 16 Tweemassaveersysteem: belasting door golven; $a = 0,1$ en $b = 0,2$
(rekengeval B5)
- 17 Tweemassaveersysteem: belasting door golven; $a = 0,1$ en $b = 0,5$
(rekengeval B8)
- 18 Gemiddelde amplitude $\hat{y}$ als functie van de gemiddelde wrijvingskracht voor enkele verhoudingen van b/a
- 19 Maximale versnelling als functie van het quotiënt van maximale en gemiddelde wrijvingskracht (b/a)
- 20 Tweemassaveersysteem: belasting door golven; $a = 0,1$ en $b = 0,2$
 $c = 0,01$ m/s $\dot{z} = 0,003$ m/s (rekengeval B22)

Lijst van figuren (vervolg)

- 21 Tweemassaveersysteem: belasting door golven; $a = 0,2$ en $b = 0,5$
 $c = 0,01 \text{ m/s}$ $\dot{z} = 0,003 \text{ m/s}$ (rekengeval B23)
- 22 Tweemassaveersysteem: belasting door golven; $a = 0,1$ en $b = 0,2$
 $c = 0,01 \text{ m/s}$ $\dot{z} = 0,006 \text{ m/s}$ (rekengeval B26)
- 23 Verband tussen uitwendige horizontale kracht en oplegkracht
 tengevolge van voorspanning
- 24 Tweemassaveersysteem: belasting door golven; $a = 0,1-0,2-0,2$ en
 $b = 0,2-0,24-0,3$ situatie eind sluiten (rekengeval B28, B29 en B30)
- 25 Tweemassaveersysteem: belasting door golven; situatie halverwege
 sluiten (rekengeval B31)
- 26 Tweemassaveersysteem: belasting door golven; situatie begin sluiten
 (rekengeval B32)
- 27 Tweemassaveersysteem: belasting door stroming; $\frac{W_{\max}}{V_o} = 0,5$ $\Omega = 5 \text{ rad/s}$
 $a = 0,1$ en $b = 0,2$ (rekengeval C3)
- 28 Tweemassaveersysteem: belasting door stroming; $\frac{W_{\max}}{V_o} = 0,5$ $\Omega = 5 \text{ rad/s}$
 $a = 0,2$ en $b = 0,5$ (rekengeval C28)
- 29 Tweemassaveersysteem: belasting door stroming; $\frac{W_{\max}}{V_o} = 0,1$ $\Omega = 5 \text{ rad/s}$
 $a = 0,1$ en $b = 0,2$ (rekengeval C4)
- 30 Tweemassaveersysteem: belasting door stroming; $\frac{W_{\max}}{V_o} = 0,9$
 $\Omega = 6,5 \text{ rad/s}$ $a = 0,1$ en $b = 0,2$ (rekengeval C6)
- 31 Tweemassaveersysteem: belasting door stroming; $\frac{W_{\max}}{V_o} = 0$ $\Omega = 6,5 \text{ rad/s}$
 (rekengeval C10)
- 32 Tweemassaveersysteem: belasting door stroming; $\frac{W_{\max}}{V_o} = 0,1$ $\Omega = 10 \text{ rad/s}$
 $\dot{z} = 0,003 \text{ m/s}$ (rekengeval C51)
- 33 Tweemassaveersysteem: belasting door stroming; $\frac{W_{\max}}{V_o} = 0,9$ $\Omega = 10 \text{ rad/s}$
 $\dot{z} = 0,003 \text{ m/s}$ (rekengeval C50)

Lijst van tabellen

		<u>blz.</u>
1	Resultaten eenmassaveersysteem met Coulombse wrijving	11
2	Resultaten tweemassaveersysteem: belasting door golven; invloed van a en b	24
3	Resultaten tweemassaveersysteem: belasting door golven; invloed faseverschil tussen H en V	27
4	Resultaten tweemassaveersysteem: belasting door golven; invloed c en $\dot{z}$	29
5	Resultaten tweemassaveersysteem: belasting door stroming	39,40
6	Resultaten tweemassaveersysteem: belasting door stroming; invloed faseverschil tussen H en V	42

Lijst van symbolen

a	dynamische wrijvingscoëfficiënt	$[-]$
b	statische wrijvingscoëfficiënt	$[-]$
c	snelheid, waarboven wrijvingscoëfficiënt konstant is	$[ms^{-1}]$
c_s	dempingskonstante schuif	$[kgs^{-1}]$
c_{krit}	kritische demping	$[kgs^{-1}]$
F_o	amplitude uitwendige kracht	$[kgms^{-2}]$
f	wrijvingscoëfficiënt	$[-]$
H	horizontale kracht	$[kgms^{-2}]$
H_o	statische deel horizontale kracht	$[kgms^{-2}]$
$\hat{H}$	amplitude dynamische deel horizontale kracht	$[kgms^{-2}]$
k	veerstijfheid	$[kgs^{-2}]$
k_c	stijfheid cilinder	$[kgs^{-2}]$
k_s	stijfheid schuif	$[kgs^{-2}]$
m	massa	$[kg]$
m_c	massa cilinder	$[kg]$
m_s	massa schuif	$[kg]$
p	verhouding cilindermassa-schuifmassa	$[-]$
q	verhouding cilinderstijfheid-schuifstijfheid	$[-]$
t	tijd	$[s]$
V	vertikale kracht	$[kgms^{-2}]$
V_o	statische deel verticale kracht	$[kgms^{-2}]$
$\hat{V}$	amplitude dynamische deel verticale kracht	$[kgms^{-2}]$
v	versterkingsfaktor	$[-]$
v_A	snelheid punt A	$[ms^{-1}]$
W	wrijvingskracht	$[kgms^{-2}]$
$\bar{W}$	gemiddelde wrijvingskracht	$[kgms^{-2}]$
W_{max}	maximale wrijvingskracht	$[kgms^{-2}]$

Lijst van symbolen (vervolg)

x	verplaatsing middendoorsnede schuif	$[m]$
x_A	verplaatsing punt A	$[m]$
x_B	verplaatsing punt B	$[m]$
x_o	amplitudeverplaatsing x	$[m]$
$\dot{x}$	snelheid	$[ms^{-1}]$
$\dot{x}_B$	snelheid punt B	$[ms^{-1}]$
$\ddot{x}$	versnelling	$[ms^{-2}]$
y	verplaatsing uiteinde schuif	$[m]$
y_{stat}	statische verplaatsing y	$[m]$
y_{dyn}	dynamische verplaatsing y	$[m]$
y_{eind}	eindverplaatsing	$[m]$
$\bar{y}$	gemiddelde amplitude van verplaatsing y	$[m]$
$\dot{y}$	snelheid	$[ms^{-1}]$
$\ddot{y}$	versnelling	$[ms^{-2}]$
$\ddot{y}_{max}$	maximale versnelling	$[ms^{-2}]$
z	verplaatsing vast uiteinde	$[m]$
$\dot{z}$	snelheid van opgedrongen beweging	$[ms^{-1}]$
ϕ_1	fasehoek horizontale kracht	$[-]$
ϕ_2	fasehoek verticale kracht	$[-]$
Ω	hoekfrequentie uitwendige kracht	$[s^{-1}]$
Ω_1	hoekfrequentie horizontale kracht	$[s^{-1}]$
Ω_2	hoekfrequentie verticale kracht	$[s^{-1}]$
ω	eigenfrequentie	$[s^{-1}]$
ω_1	laagste eigenfrequentie	$[s^{-1}]$
ω_2	hoogste eigenfrequentie	$[s^{-1}]$

1 Inleiding

1.1 Opdracht

In het kader van het onderzoek aan de schuiven in de stormvloedkering Oosterschelde heeft de Hoofdafdeling Waterloopkunde van de Deltadienst Rijkswaterstaat met brief nr. 2824 d.d. 13 juli 1977 opdracht gegeven met behulp van een rekenmodel een onderzoek in te stellen naar de invloed van Coulombse wrijving bij de glijdopleggingen op het dynamisch gedrag van een schuif in de stormvloedkering.

De schuif werd hiertoe geschematiseerd tot een massaveersysteem met Coulombse wrijving.

Het onderzoek heeft plaatsgevonden in de periode juni 1977 t/m oktober 1978 en werd geleid door ir. C. Deelen, die tevens dit verslag samenstelde.

1.2 Probleemstelling

Bij het onderzoek naar het dynamisch gedrag van de schuiven in de stormvloedkering Oosterschelde is van groot belang de wrijvingskracht die de schuif ter plaatse van de glijdopleggingen ondervindt. Deze wrijvingskracht is gelijk aan het produkt van oplegkracht en wrijvingscoëfficiënt. In tegenstelling tot de viskeuze demping is van de invloed van deze zogenaamde Coulombse wrijving weinig bekend.

Ten einde het bewegingsgedrag van de schuif te kunnen analyseren en beoordelen, is het gewenst enig inzicht te krijgen in de verschijnselen als gevolg van Coulombse wrijving.

Dit inzicht is te verkrijgen met behulp van een rekenmodel. De schuifkonstruktie wordt daarin geschematiseerd tot een massaveersysteem, waarbij de massa een wrijvingskracht ondervindt. Het bewegingsgedrag van dit massaveersysteem als gevolg van een uitwendige belasting en/of opgedrongen beweging bij het openen of sluiten van een schuif kan worden vastgesteld door het oplossen van de bewegingsvergelijking van het systeem.

1.3 Samenvatting

Allereerst wordt in hoofdstuk 2 nader ingegaan op het verschijnsel Coulombse wrijving en de invloed daarvan (voor zover bekend) op het bewegingsgedrag van een eenmassaveersysteem. Tevens wordt aandacht geschonken aan het stick-

slipverschijnsel. Hieronder wordt verstaan het verschil tussen de wrijvingskoëfficiënt bij bewegen (dynamische wrijvingskoëfficiënt) en stilstand (statische wrijvingskoëfficiënt).

Om na te gaan wat de invloed is van Coulombse wrijving, is begonnen met een eenvoudig model. De schuifkonstructie is geschematiseerd tot een eenmassaveersysteem. Bij een konstante wrijvingskracht W en een sinusvormige verticale kracht $\hat{V} \sin \Omega t$ is voor enkele verhoudingen van $W/\hat{V}$ en Ω/ω de respons van het eenmassaveersysteem bepaald door middel van het numeriek oplossen van de bewegingsvergelijking van het systeem. Het resultaat van deze berekeningen is een grafiek waarin $y_{\text{dyn}}/y_{\text{stat}}$ uitgezet is als functie van Ω/ω voor verschillende waarden van $W/\hat{V}$.

Mede naar aanleiding van de resultaten van het eenmassaveersysteem, is dit systeem uitgebreid tot het beter de werkelijkheid benaderende tweemassaveersysteem. Door middel van het invoeren van reële waarden voor de schuifeigenschappen en de uitwendige belasting, is getracht meer inzicht te krijgen in het dynamisch gedrag van een schuif met Coulombse wrijving. Tevens is dit model geschikt gemaakt om de invloed van het stick-slipverschijnsel mee te nemen middels het invoeren van een snelheidsafhankelijke wrijvingskoëfficiënt. Onderscheid dient gemaakt te worden tussen twee soorten belastinggevallen: belasting door golven en belasting door stroming.

Bij belasting door golven hebben de verticale en horizontale belasting een in verhouding tot de eigenfrequentie van het systeem lage frequentie. Deze belasting is voor de constructie dan ook een kwasi-statische belasting. Met behulp van berekeningen is getracht na te gaan wat de invloed is van sommige parameters op het dynamisch gedrag van de schuif. Onderzocht is de invloed van Coulombse wrijving, met name het stick-slipverschijnsel, de invloed van een opgedrongen beweging tengevolge van het openen of sluiten van de schuif en tenslotte de invloed van het faseverschil tussen de verticale en horizontale kracht. Aangezien tijdens het lopende onderzoek betrouwbaarder waarden voor de invoerparameters beschikbaar kwamen, zijn enkele berekeningen gemaakt voor speciale situaties: de situaties begin sluiten, halverwege sluiten en tegen einde sluiten.

Bij belasting door stroming liggen de frequenties van de stromingsexcitatie in de buurt van de eigenfrequentie van de schuif. De stromingsexcitatie is klein ten opzichte van het statische deel van de stromingskracht. Berekeningen zijn gemaakt voor verschillende verhoudingen van opgedrongen frequentie en eigenfrequentie. Tevens is de verhouding tussen de maximale wrijvingskracht en het statische deel van de verticale kracht gevarieerd om de invloed

hiervan op het bewegingsgedrag van de schuif na te gaan. Als laatste is, evenals bij belasting door golven, de invloed van het faseverschil tussen horizontale en vertikale kracht en de invloed van een opgedrongen beweging onderzocht.

1.4 Konklusies

- Eenmassaveersysteem.

Uit de resultaten van het onderzoek met het eenmassaveersysteem blijkt dat Coulombse wrijving vrijwel geen stabiliserend effect heeft. Wanneer de hoekfrequentie Ω van de uitwendige kracht gelijk is aan de eigenfrequentie van het systeem, zal dikwijls toch opslinging plaatsvinden. Alleen indien $W/\hat{V} > 0,79$ is dit niet het geval. Voor grote verhoudingen van $W/\hat{V}$ ($W/\hat{V} > 0,6$ à $0,7$) is de beweging ook niet meer zuiver sinusvormig zoals bij kleinere waarden van $W/\hat{V}$. In de uiterste waarden treedt gedurende enige tijd stilstand op. De beweging blijft daarbij periodiek.

- Tweemassaveersysteem, belasting door golven.

Uit de resultaten blijkt dat de beweging van de schuif een zelfde grote periode vertoont als de uitwendige belasting. Allereerst is de invloed van Coulombse wrijving en het stick-slipverschijnsel onderzocht. Zoals te verwachten was, neemt de gemiddelde amplitude van de verplaatsing af bij het toenemen van de gemiddelde wrijvingskracht. Het stick-slipeffect heeft echter duidelijke invloed op de grootte van de verplaatsingen. Naarmate de verhouding tussen statische en dynamische wrijvingscoëfficiënt groter wordt, neemt ook de amplitude van de beweging toe. Dit hangt nauw samen met de manier van bewegen van de schuif.

In het geval van Coulombse wrijving zonder stick-slipeffect is het verloop van de schuifbeweging vloeiend, zij het dat gedurende kortere of langere tijd stilstand optreedt in de uiterste waarden.

Tengevolge van het stick-slipeffect wordt het beeld van de beweging totaal anders. De beweging gaat met schokken, dat wil zeggen relatief grote verplaatsingen gedurende korte tijd, gepaard. Naarmate de verhouding tussen statische en dynamische wrijvingscoëfficiënt groter is, wordt dit effect sterker. Nauw gerelateerd aan deze schokken is de grootte van de optredende versnellingen. Aangezien de krachten in het hefsysteem gelijk zijn aan de veerstijfheid x verplaatsing y en overeenkomstig de bewegingsvergelijking via de wrijvingskracht zijn gerelateerd aan de traagheidskracht, vor-

men de versnellingen een indikatie voor de (dynamische) krachten op het hefsysteem. De maximale versnellingen nemen sterk toe bij toenemende verhouding tussen statische en dynamische wrijvingscoëfficiënt. Tengevolge van de schokkende manier van bewegen bestaat de kans dat het midden van de schuif wordt aangestoten.

De invloed van het faseverschil tussen horizontale en verticale kracht is te verwaarlozen. Wat betreft de invloed van een opgedrongen beweging kan worden gekonkludeerd dat deze gering is indien alleen wordt gelet op de voorkomende verplaatsingen en versnellingen. Dit vindt waarschijnlijk zijn oorzaak in het feit dat de snelheid van de opgedrongen beweging klein is ten opzichte van de optredende snelheden van de schuif als gevolg van de schokkende manier van bewegen.

De snelheid van de opgedrongen beweging heeft daarentegen wel invloed op de schokfrequentie.

Vooraf bij de situatie begin van sluiten ontstaat een met enige regelmaat schokkende beweging in één richting.

Aangezien de schokfrequentie groter is dan de eigenfrequentie van de schuif, treedt geen opslingering op van de middendoorsnede. Uit berekeningen waarbij deze frequenties dicht in elkaars buurt liggen, mag worden gekonkludeerd dat waarschijnlijk geen opslingering zal optreden, omdat de aanstootfrequentie niet konstant genoeg is.

- Tweemassaveersysteem, belasting door stroming.

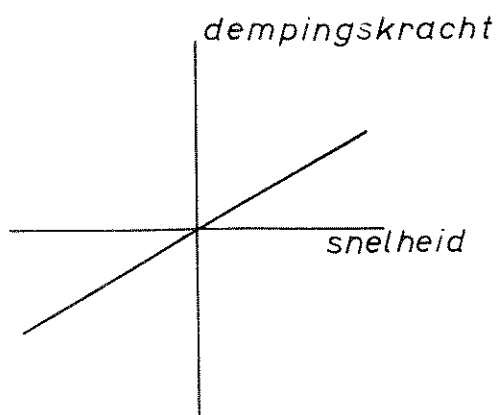
Voor grote wrijvingskrachten ($W_{\max}/V_o > 0,5$) ondergaat de schuif na een initiële verstoring geen verplaatsing meer, tenzij de hoekfrequentie van de stromingsexcitatie dicht bij de eigenfrequentie ligt ($\Omega/\omega = 1$). In dat geval is er sprake van een periodieke beweging. Voor andere waarden van Ω/ω treden periodieke bewegingen op bij $W_{\max}/V_o < 0,5$.

Indien ten aanzien van de stromingsbelasting alleen grote verhoudingen van $W_{\max}/V_o$ voorkomen, hetgeen door de invloed van de voorspanning van de opleggingen wordt bevorderd, is de invloed van stromingsexcitatie op de verticale schuifbeweging bij de opleggingen te verwaarlozen.

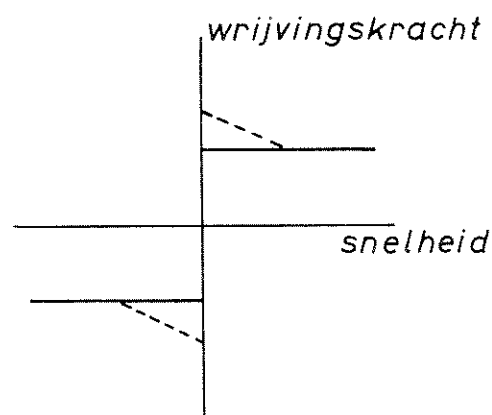
2 Coulombse wrijving

2.1 Algemeen

Er is sprake van Coulombse of droge wrijving indien de wrijvingskracht (kwasi) konstant is en tegengesteld gericht aan de snelheid. Bij viskeuze demping is de dempingskracht evenredig met en tegengesteld gericht aan de snelheid. Wanneer kracht en snelheid tegengesteld gericht zijn, geeft dit het volgende beeld:



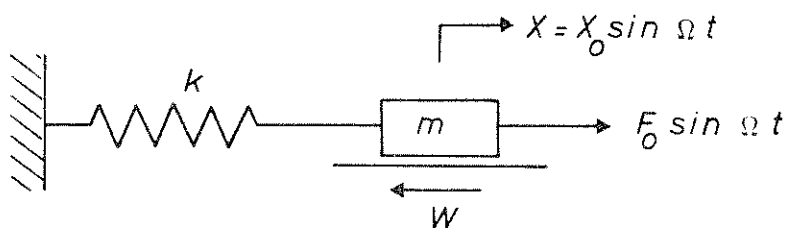
viskeuze demping



Coulombse wrijving

De oplossing van de bewegingsvergelijking van een eenmassaveersysteem met viskeuze demping is bekend. Van de invloed die Coulombse wrijving heeft op de beweging van een eenmassaveersysteem, is echter weinig bekend.

De eigentrilling van het systeem is een harmonische, uitdempende trilling ([2]). In het geval er een periodieke, uitwendige belasting op het massaveersysteem werkt, bestaat er een aanpak via de ekwivalente viskeuze demping ([1,3]).



Er wordt een vervangende demping c_{eq} ingevoerd op basis van een ekwivalente energiedissipatie per periode, aannemende dat de beweging x harmonisch is. Dit leidt tot een vergrotingsfaktor v :

$$v = \frac{\sqrt{1 - \left\{ \frac{4W}{\pi F_0} \right\}^2}}{1 - \frac{\Omega^2}{\omega^2}}, \quad \text{waarbij } x_0 = v \cdot \frac{F_0}{k}$$

De vergrotingsfaktor v is alleen reëel indien $F_0 > 4W/\pi$. Dit betekent dat de beweging x niet harmonisch is, maar zo nu en dan konstant als $W/F_0 > \pi/4$. Voor $\Omega/\omega = 1$ neemt x_0 onbepaald toe.

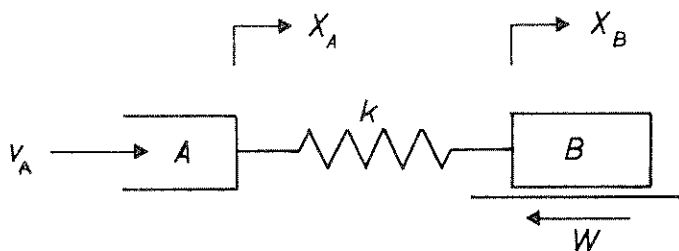
Deze benaderingsmethode is betrouwbaar voor kleine verhoudingen van W/F_0 .

Een meer algemene oplossing kan worden verkregen door het numeriek oplossen van de volgende differentiaalvergelijking:

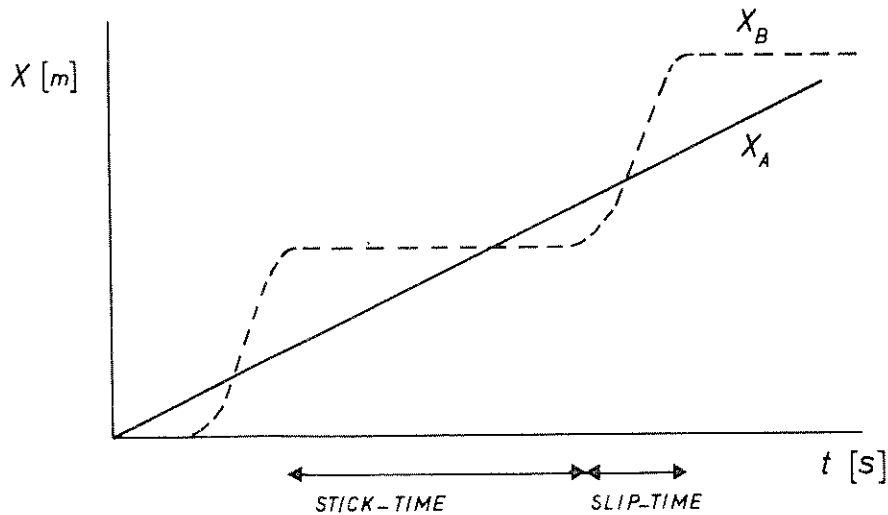
$$\begin{aligned} m\ddot{x} + kx + W &= F_0 \sin \Omega t, \quad \dot{x} > 0 \\ m\ddot{x} + kx - W &= F_0 \sin \Omega t, \quad \dot{x} < 0 \end{aligned}$$

2.2 Stick-slipverschijnsel

Een extra complicatie vormt het zogenaamde stick-slipverschijnsel. Dit verschijnsel is een gevolg van het feit dat de wrijvingscoëfficiënt niet konstant is: de statische wrijvingscoëfficiënt (massa in rust) is in het algemeen niet gelijk aan de dynamische wrijvingscoëfficiënt (massa in beweging). Het verschijnsel kan het best worden beschreven aan de hand van onderstaand voorbeeld:

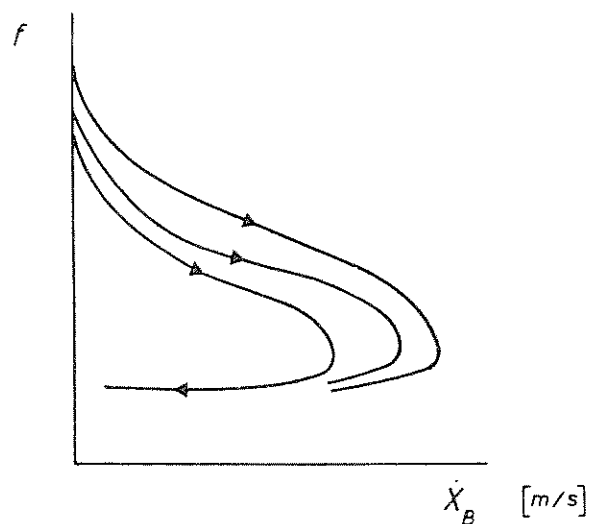


Als A met een konstante snelheid v_A richting B wordt bewogen, verlopen de verplaatsingen van A en B, x_A en x_B in de tijd als volgt:



Indien de uitwendige kracht kx_A groter wordt dan de statische wrijvingskracht treedt "slip-motion" op. De massa beweegt totdat de wrijvingskracht groter is dan de uitwendige kracht.

Metingen aan het verloop van de wrijvingscoëfficiënt gedurende de slip-motion geven voor verschillende snelheden v_A het volgende beeld ([4]):



De snelheden v_A zijn erg klein (zie verder 4.3).

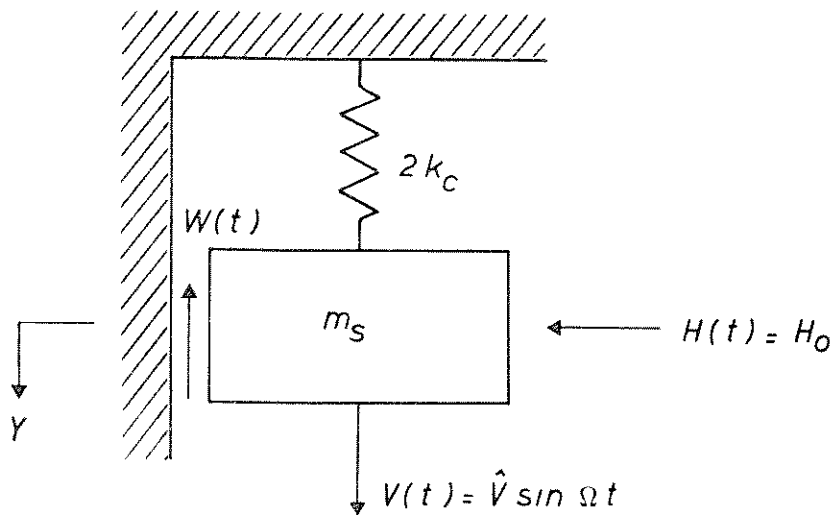
De wrijvingskoëfficiënt is bepaald als funktie van de slipsnelheid $\dot{x}_B$. Bij het begin van de slip-motion heeft de wrijvingskoëfficiënt een grote waarde (statische wrijvingskoëfficiënt), die snel afneemt bij het toenemen van de snelheid. Na het bereiken van de maximumsnelheid blijft de wrijvingskoëfficiënt konstant (dynamische wrijvingskoëfficiënt).

De waarden van de statische en dynamische wrijvingskoëfficiënt hangen sterk af van de over elkaar glijdende materialen en hiernaast ook enigszins van respectievelijk de stick-time en de slip-time. Voor meer informatie kan worden verwezen naar [4].

3 Eenmassaveersysteem

3.1 Schematisatie

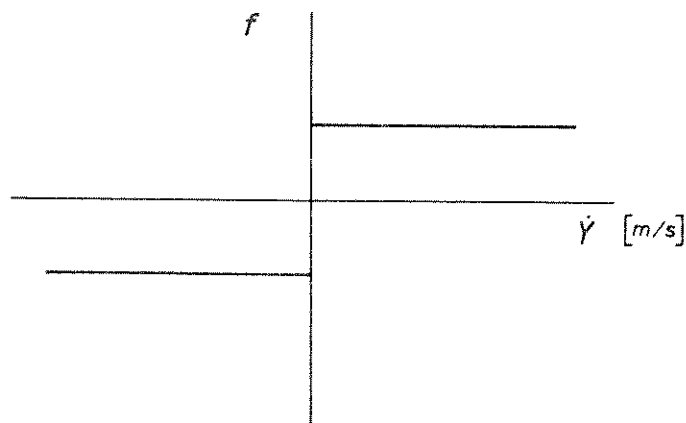
Om na te gaan welke invloed Coulombse wrijving heeft op het bewegingsgedrag van een schuif in de SVK0, is begonnen met een eenvoudig model. De schuifkonstruktie is geschematiseerd tot een eenmassaveersysteem, waarin $2k_c$ de cilinderstijfheid is en m_s de massa van de schuif.



De verplaatsing y is de verplaatsing van de uiteinden van de schuif ten opzichte van de glijdopleggingen.

Op de massa grijpen aan een konstante horizontale kracht $H(t) = H_0$ (te vergelijken met vervelbelasting op de schuif) en een sinusvormig in de tijd variërende vertikale kracht (stromingsbelasting).

De horizontale kracht veroorzaakt een wrijvingskracht $W = f x H_0$. De wrijvingscoëfficiënt is konstant gehouden en zodanig gedefinieerd dat de wrijvingskracht steeds tegengesteld gericht is aan de bewegingsrichting van de massa.



De bewegingsvergelijking van dit eenmassaveersysteem is:

$$m_s \ddot{y} + 2k_c y + f \cdot H(t) = V(t)$$

Met behulp van de computer wordt deze differentiaalvergelijking opgelost met als uitvoer op ieder tijdstip t : $V(t)$, $H(t)$, $W(t)$, y , $\dot{y}$ en $\ddot{y}$.

Deze uitvoergrootheden worden tevens als functie van de tijd geplot.

De figuren 1 en 2 geven hiervan een voorbeeld. Op figuur 1 staan de verplaatsing y (Y) in m, de snelheid $\dot{y}$ (YP) in m/s en de versnelling $\ddot{y}$ (YDP) in m/s^2 . Figuur 2 geeft het verloop van de verticale kracht (V), de horizontale kracht (H) en de wrijvingskracht (W), alle in Newtons.

3.2 Invoergegevens

De invoerparameters zijn $\hat{V}$, Ω , H_0 , f , m_s en $2k_c$.

Van invloed op het bewegingsgedrag zijn niet zozeer de absolute waarden van de invoerparameters als wel de verhoudingen Ω/ω en $W/\hat{V}$.

Berekeningen zijn gemaakt voor verschillende waarden en combinaties van Ω/ω en $W/\hat{V}$.

Voor Ω , m_s en f zijn waarden gekozen die voor alle rekengevallen dezelfde zijn:

$$\Omega = 25 \text{ rad/s}$$

$$m_s = 2 \times 10^6 \text{ kg (incl. meebewegende watermassa)}$$

$$f = 0,1$$

De waarden van de overige invoergrootheden kunnen worden berekend uit deze waarden van Ω , m_s en f en de verhoudingen $W/\hat{V}$ en Ω/ω voor het desbetreffende rekengeval.

Tabel 1 geeft een overzicht van de gemaakte rekengevallen.

Op de figuren 3 t/m 8 zijn enkele voorbeelden te vinden van het bewegingsgedrag van het massaveersysteem met Coulombse wrijving onder verschillende omstandigheden.

Tabel 1 Resultaten eenmassaveersysteem met Coulombse wrijving

	$\Omega \frac{1}{\omega}$	$2k_c$ [$\times 10^6$ N/m]	$\hat{V}$ [$\times 10^6$ N]	H_o [$\times 10^6$ N]	W [$\times 10^6$ N]	$\frac{W}{\hat{V}}$	y_{stat} [$\times 10^{-3}$ m]	y_{dyn} [$\times 10^{-3}$ m]	$\frac{y_{dyn}}{y_{stat}}$	fase- draaiing
A 1	4	80	2	0,2 2,5 5 8 13 15 18	0,02 0,25 0,5 0,8 1,3 1,5 1,8	0 0,01 0,125 0,25 0,4 0,65 0,75 0,9	25	-- 1,70 1,55 1,35 0,51 0,25 0	0,07 -- 0,07 0,06 0,05 0,02 0,01 0	-- 180° 160° 140° 125° 115°
A 2										
A 3										
A 4										
A 5										
A 6										
A 7										
A 8	2	300	7,5	0,75 8 18 56,25 67,5	0,075 0,8 1,8 5,625 6,75	0 0,01 0,11 0,24 0,75 0,9	25	-- 7,8 7,3 1,1 0	0,33 -- 0,31 0,29 0,04 0	-- 175° 170° 120° --
A 9										
A 10										
A 11										
A 12										
A 13	1,6	500	12,5	1,25 93,75 112,5	0,125 9,375 11,25	0 0,01 0,75 0,9	25	-- 2 0,26	0,64 -- 0,08 0,01	-- -- 120°
A 14										
A 15										
A 16	1	1250	31,25	2,5 13 18 234,4 281,25	0,25 1,3 1,8 23,44 28,125	0 0,008 0,042 0,058 0,75 0,9	25	$\rightarrow \infty$ $\rightarrow \infty$ $\rightarrow \infty$ $\rightarrow \infty$ $\rightarrow \infty$ 0,82	-- -- -- -- -- 0,03	90° 90° 90° 90° 90° 100°
A 17										
A 18										
A 19										
A 20										
A 21	0,5	5000	125	13 125 937,5 1125	1,3 12,5 93,75 112,5	0 0,01 0,1 0,75 0,9	25	33,5 33,2 30 18,35	1,33 1,34 1,33 1,20 0,73	0° 0° -- 70°
A 22										
A 23										
A 24										

3.3 Resultaten

De resultaten zijn te vinden in tabel 1 in de vorm van de waarde van y_{dyn} . Dit is de konstante trillingsamplitude van de massa onder invloed van de harmonische belasting nadat het instelverschijnsel is uitgedempt.

De exakte oplossing van het systeem zonder Coulombse wrijving is (inclusief instelverschijnsel):

$$y = \frac{\hat{V}}{2k_c} \frac{\omega}{\omega^2 - \Omega^2} \left[\omega \sin \Omega t - \Omega \sin \omega t \right]$$

Naarmate $W/\hat{V}$ kleiner is (vergelijk fig. 3 en 4) en Ω/ω groter is (vergelijk fig. 3 en 5) zal het instelverschijnsel (de term $\Omega \sin \omega t$ in bovenstaande vergelijking) minder snel zijn uitgedempt.

Wanneer y_{dyn} na 10 seconden (de rekentijd) nog niet konstant was, is er in tabel 1 geen waarde voor ingevuld. Tevens is in tabel 1 de fasehoek tussen $V(t)$ en $y(t)$ vermeld. Opgemerkt dient te worden dat dit slechts globale waarden zijn.

Op figuur 9 is de vergrotingsfaktor $y_{\text{dyn}}/y_{\text{stat}}$, waarbij $y_{\text{stat}} = \hat{V}/2k_c$, uitgezet als functie van Ω/ω voor verschillende waarden van $W/\hat{V}$.

3.4 Konklusies

Uit figuur 9 blijkt dat Coulombse wrijving vrijwel geen stabiliserend effect heeft. Wanneer de hoekfrequentie Ω van de verticale kracht gelijk is aan de eigenfrequentie $\omega = \sqrt{2k_c/m_s}$ van het systeem, zal in vrijwel alle gevallen opslingingering plaatsvinden (zie ook fig. 6). Hoewel het in eerste instantie vreemd lijkt dat opslingingering optreedt bij een gedempt systeem, is dit uitgaande van een energiebeschouwing wel te verklaren. De dempingskracht verricht negatieve arbeid, of wel dissipeert energie, terwijl de belasting energie levert (de traagheidskracht en de veerkracht verrichten geen arbeid). In het geval van resonantie is de door de uitwendige kracht per periode verrichte arbeid gelijk aan $\pi x_0 \hat{V}$ en de door de wrijvingskracht per periode gedissipeerde energie $4x_0 W$.

Indien nu $\pi x_0 \hat{V} > 4x_0 W$, of wel $W/\hat{V} < \pi/4$ is de gedissipeerde energie kleiner dan de in het systeem gebrachte energie. Er vindt opslingingering plaats omdat er geen waarde van x_0 wordt bereikt (zoals bij viskeuze damping) waarbij het systeem in evenwicht is. De grens van $W/\hat{V} < 0,79$ waaronder opslingingering voorkomt, komt goed met de resultaten van het rekenmodel overeen.

Voor grote verhoudingen van $W/\hat{V}$ ($W/\hat{V} > 0,6 \text{ à } 0,7$) is de beweging van de massa niet meer sinusvormig, maar treedt stilstand op omdat de wrijvingskracht groter is dan de som van traagheidskracht, veerkracht en uitwendige kracht (zie fig. 7 en 8). (Op grond van de benadering via ekwivalente viskeuze demping is de beweging pas bij grotere waarden van $W/\hat{V}$ ($W/\hat{V} > \pi/4$) niet meer harmonisch.)

4 Tweemassaveersystemen - algemeen

4.1 Inleiding

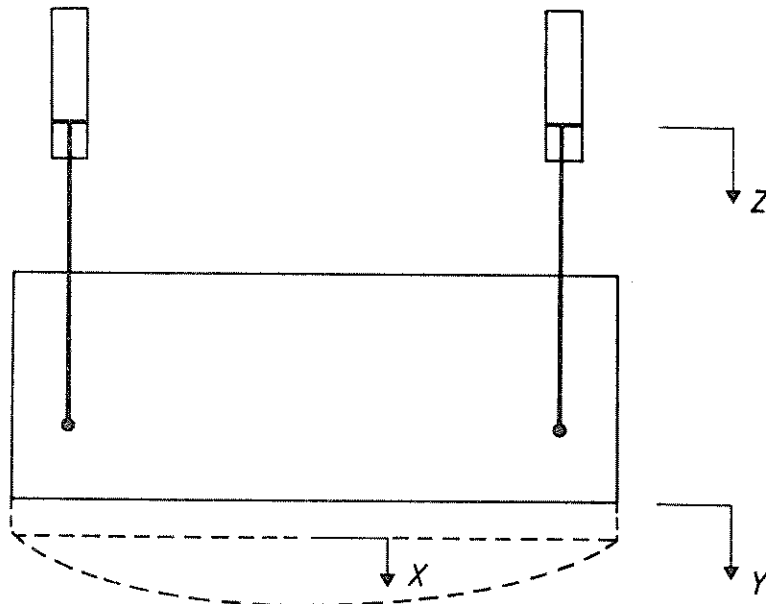
Bij de bouw van het eenvoudige eenmassaveersysteem was er reeds rekening mee gehouden dat er eventueel een uitbreiding zou kunnen plaatsvinden. Mede naar aanleiding van de resultaten van het eenvoudige systeem is dit systeem uitgebreid tot het meer met de werkelijkheid overeenkomende tweemassaveersysteem. Door middel van het invoeren van reële waarden van de schuifeigenschappen (massa, stijfheid en demping) en uitwendige belasting is getracht meer inzicht te krijgen in het dynamisch gedrag van de schuif en de invloed van de Coulombse wrijving hierop.

Tevens is dit model geschikt gemaakt om starteffecten na te gaan middels het opleggen van schuifbewegingen en het aanbrengen van stick-slipverschijnselen. Het stick-slipverschijnsel kan worden meegenomen door het invoeren van een snelheidsafhankelijke wrijvingscoëfficiënt.

Het gaat om berekeningen die inzicht dienen te verschaffen in de verschijnselen als gevolg van Coulombse wrijving: de berekeningen zijn dus meer kwalitatief dan kwantitatief.

4.2 Schematisatie

Bij het beschouwen van de schuifkonstructie kunnen drie verplaatsingen worden onderscheiden:

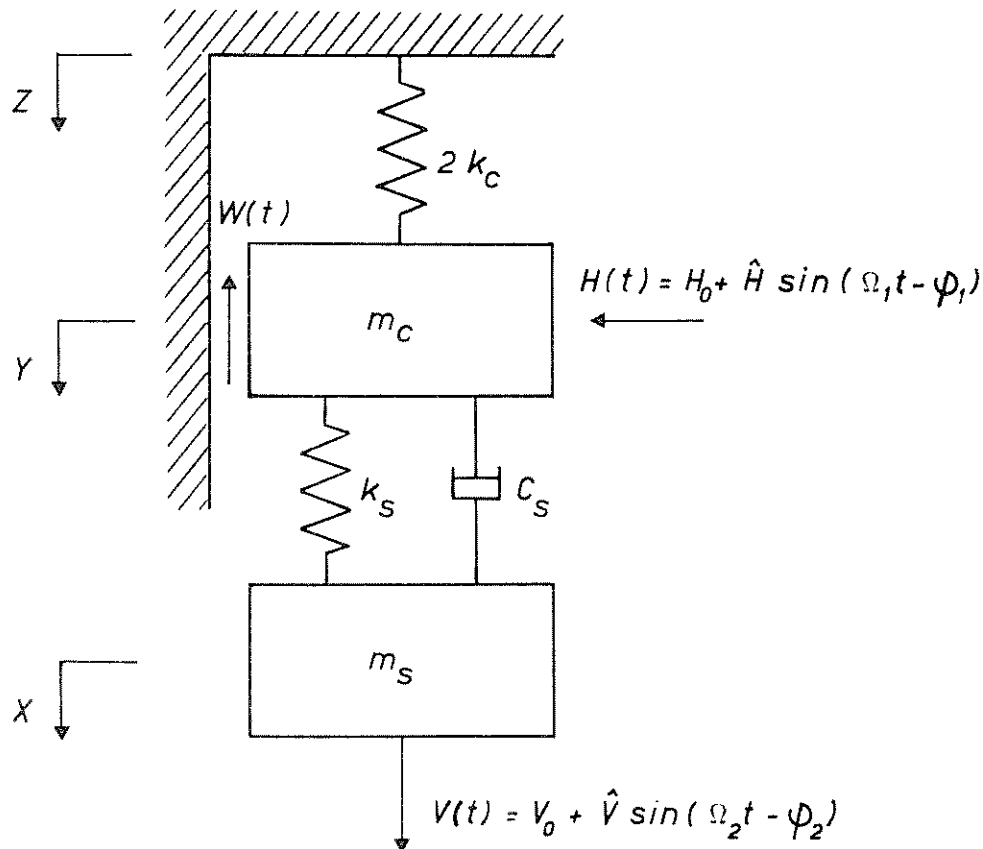


z : verplaatsing vast punt

y : verplaatsing uiteinde schuif ten opzichte van glijdopleggingen

x : verplaatsing middendoorsnede schuif ten opzichte van de uiteinden

Dit leidt tot de volgende schematisatie als tweemassaveersysteem:



$H(t)$: horizontale kracht

$V(t)$: vertikale kracht

$W(t)$: wrijvingskracht

$2k_c$: stijfheid cilinders

k_s : stijfheid schuif

m_c : massa cilinders en een gedeelte van de schuifmassa in de buurt van het ophangpunt

m_s : massa schuif (incl. meebewegende watermassa)

c_s : dempingskonstante schuif

De bewegingsvergelijkingen voor dit systeem zijn:

$$m_s \ddot{x} + c_s (\dot{x} - \dot{y}) + k_s (x - y) = V_o + \hat{V} \sin(\Omega_2 t - \phi_2)$$

$$m_c \ddot{y} + c_s (\dot{y} - \dot{x}) + 2k_c (y - z) + k_s (y - x) + f \cdot \{H_o + \hat{H} \sin(\Omega_1 t - \phi_1)\} = 0$$

Het computerprogramma VEERSYS (zie bijl. I) lost dit stelsel differentiaal-vergelijkingen op en geeft als uitvoer op ieder tijdstip: $V(t)$, $H(t)$, $W(t)$, x , $\dot{x}$, $\ddot{x}$, y , $\dot{y}$ en $\ddot{y}$. Het verloop van deze uitvoergrootheden is tevens geplot. De figuren 10 t/m 12 geven hiervan een voorbeeld.

Op figuur 10 staan de verplaatsing y (Y) in m, de snelheid $\dot{y}$ (YP) in m/s en de versnelling $\ddot{y}$ (YDP) in m/s^2 van de starre schuif ten opzichte van de glijdopleggingen. Figuur 11 toont de verplaatsing x (X) in m, de snelheid $\dot{x}$ (XP) in m/s en de versnelling $\ddot{x}$ (XDP) in m/s^2 van de middendoorsnede van de schuif. Op figuur 12 staat tenslotte het verloop afgebeeld van de verticale kracht V , de horizontale kracht H en de wrijvingskracht W in Newtons.

Om de nauwkeurigheid van het programma na te gaan, is voor één rekengeval waarbij invloed van numerieke effecten verwacht zou kunnen worden (B32, zie fig. 26) een berekening gemaakt met een 10 x zo grote nauwkeurigheid en een dientengevolge veel kleinere maximale tijdstap.

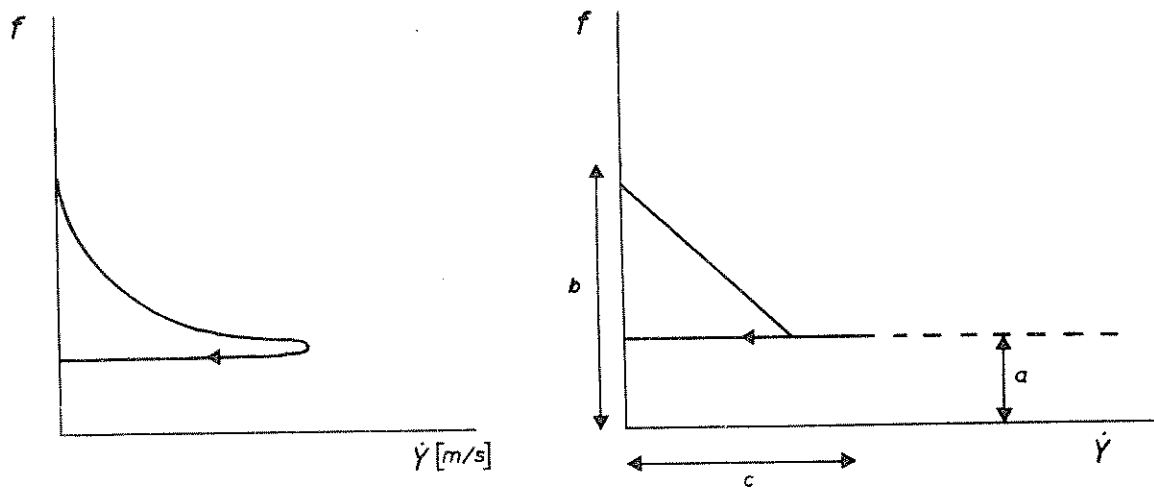
Aangezien de verschillen tussen beide berekeningen te verwaarlozen zijn, mag worden aangenomen dat de invloed van numerieke effecten op de resultaten van de berekeningen verwaarloosbaar is.

4.3 Invoering stick-slipverschijnsel

De wrijvingscoëfficiënt f wordt ingevoerd als functie van $\dot{y}$. In paragraaf 2.2 is het verloop van f als functie van $\dot{y}$ weergegeven voor zeer kleine snelheden van opgedrongen beweging en zonder uitwendige belasting (zie [4]).

Tengevolge van deze uitwendige belasting zullen de optredende snelheden $\dot{y}$ groter worden dan wanneer er alleen een snelheid van opgedrongen beweging aanwezig is.

Er blijkt dat bij toename van de snelheid de wrijvingscoëfficiënt eerst snel afneemt en daarna veel langzamer. Het verloop van f wordt zo geschematiseerd dat bij toename van de snelheid f afneemt totdat een bepaalde snelheid is bereikt. Bij verder toenemen van de snelheid blijkt f konstant. Deze waarde blijft f behouden bij het weer afnemen van de snelheid.



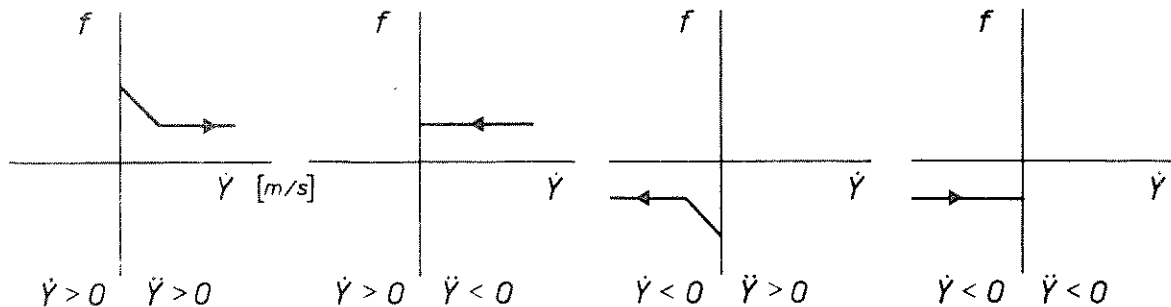
De wrijvingscoëfficiënt wordt nu vastgelegd met 3 parameters a , b en c .

a : dynamische wrijvingscoëfficiënt

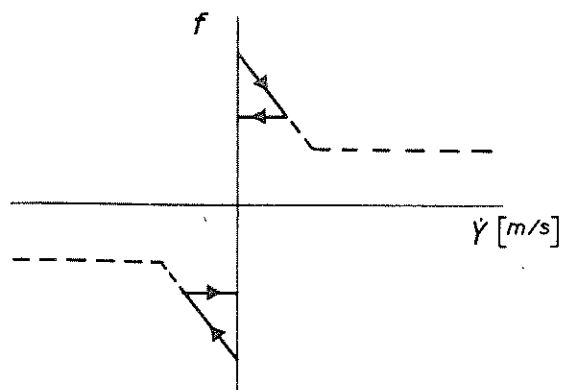
b : statische wrijvingscoëfficiënt

c : snelheid waarboven de wrijvingscoëfficiënt konstant is.

Bij stilstand ($\dot{y} = 0$) is de wrijvingscoëfficiënt maximaal (b) en neemt bij het toenemen van de snelheid snel af tot een bepaalde waarde (a). Bij het afnemen van de snelheid blijft f konstant. Als de snelheid negatief is, vertoont f hetzelfde beeld:



Indien $\dot{y}$ nooit groter wordt dan c , verloopt de wrijvingscoëfficiënt als volgt:



4.4 Schematisatie en invoergegevens

Bij de schematisatie van de schuifkonstruktie is een kontinu systeem geschematiseerd tot een massaveersysteem. Dit is slechts goed mogelijk door uitgaande van de juiste veerstijfheid een gedeelte van de massa in te voeren ten einde de juiste eigenfrequentie te krijgen.

De eigenfrequenties van het tweemassaveersysteem kunnen met verwaarlozing van de demping c_s bepaald worden uit onderstaand stelsel differentiaalvergelijkingen:

$$m_s \ddot{x} + k_s x - k_s y = 0$$

$$m_c \ddot{y} - k_s x + (2k_c + k_s) y = 0$$

Hieruit volgt:

$$\omega_{12}^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{k_s}{m_s} + \frac{2k_c + k_s}{m_c} \right) \pm \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{k_s}{m_s} - \frac{2k_c + k_s}{m_c} \right)^2 + 4 \frac{k_s^2}{m_s m_c}}$$

Indien de zogenaamde koppelterm $\frac{4k_s^2}{m_s m_c}$ klein is ten opzichte van de term

$\left(\frac{k_s}{m_s} - \frac{2k_c + k_s}{m_c} \right)^2$, kunnen ω_1 en ω_2 benaderd worden door $\omega_1 = \sqrt{\frac{k_s}{m_s}}$ en

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{2k_c + k_s}{m_c}}.$$

$$\text{Stel } m_c = p \cdot m_s$$

$$2k_c = q \cdot k_s$$

De verhouding tussen de twee termen onder het wortelteken is dan:

$$\frac{\frac{4k_s^2}{m_s m_c}}{\left(\frac{k_s}{m_s} - \frac{2k_c + k_s}{m_c}\right)^2} = \frac{\frac{4}{p}}{\left\{1 - \left(\frac{1+q}{p}\right)\right\}^2}$$

Reële waarden voor p en q zijn: $q > 3$ en $p < 0,2$. De verhouding tussen de twee termen is dan maximaal 0,05, met andere woorden: de koppelterm is te verwaarlozen.

Vanwege de zwakke koppeling zou het tweemassaveersysteem ook als een combinatie van twee eenmassaveersystemen mogen worden beschouwd met eigenfrequenties

$$\sqrt{\frac{k_s}{m_s}} \text{ en } \sqrt{\frac{2k_c + k_s}{m_c}}.$$

In het geval van een eenmassaveersysteem is het bekend dat uitgaande van de juiste stijfheid (behorende bij een gelijkmatig verdeelde belasting) 80% van de werkelijke massa in rekening gebracht dient te worden om de goede eigenfrequentie te krijgen.

4.5 Belastinggevallen

Onderscheid dient gemaakt te worden tussen twee soorten belastinggevallen, dat wil zeggen combinaties van $V(t)$ en $H(t)$, die elk een verschillende invloed hebben op het bewegingsgedrag van de schuif.

1. Belasting door golven

De verticale en horizontale belasting hebben een in verhouding tot de eigenfrequentie van het systeem lage frequentie. Deze belasting is voor de konstruktie dan ook een kwasistatische belasting.

Het fluktuierende deel van de verticale belasting $\hat{V}$ is groot ten opzichte van het statische deel V_0 . H_0 en $\hat{H}$ zijn van dezelfde orde van grootte.

2. Belasting door stroming

De horizontale en verticale krachten fluktuieren met frequenties die van dezelfde orde van grootte zijn als de eigenfrequenties (stromingsexcitatie). $\hat{V}$ en $\hat{H}$ zijn klein ten opzichte van V_0 en H_0 .

5 Tweemassaveersysteem - belasting door golven

5.1 Inleiding

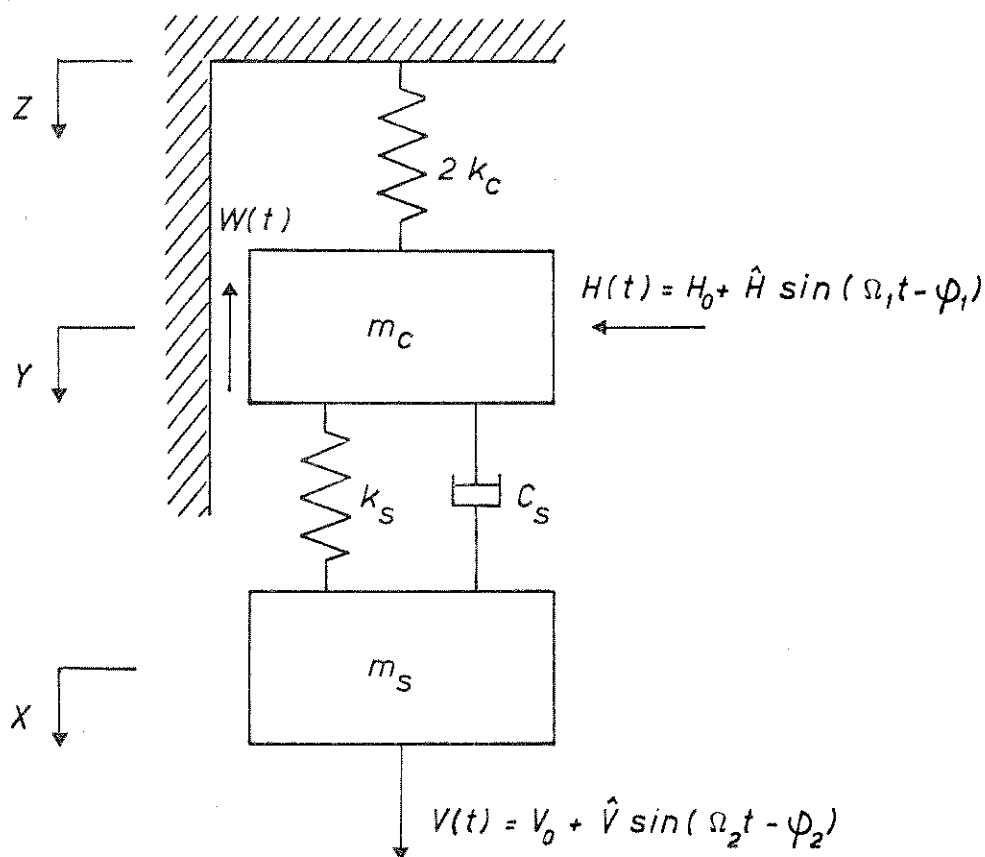
De belasting door golven is een belasting die door de konstruktie als kwasi-statisch wordt ervaren. Onder deze belasting vallen vervalbelasting, kwasi-statische stromingsbelasting en golfbelasting. De verticale en horizontale kracht fluktuieren met dezelfde (lage) frekwentie.

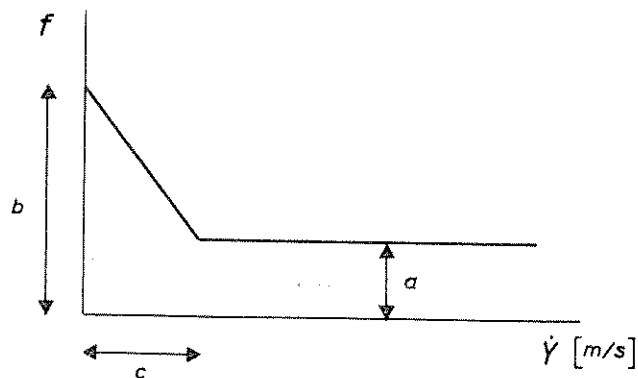
Met behulp van berekeningen is getracht na te gaan wat de invloed is van sommige parameters op het dynamisch gedrag van een schuif tengevolge van Coulombse wrijving. Nagegaan is de invloed van

- Coulombse wrijving, met name het stick-slipverschijnsel
- opgedrongen beweging tengevolge van het openen of sluiten van de schuif
- het faseverschil tussen $V(t)$ en $H(t)$.

Ten slotte zijn na het beschikbaar komen van betere invoergegevens enkele rekengevallen gedraaid voor speciale situaties: de situaties begin sluiten, halverwege sluiten en einde sluiten.

5.2 Invoergegevens





Uitgegaan is van de volgende vaste waarden van de invoerparameters:

$$\begin{aligned}
 2k_c &= 330 \times 10^6 \text{ N/m} \\
 k_s &= 115 \times 10^6 \text{ N/m} \\
 m_c &= 0,2 \times 10^6 \text{ kg} \\
 m_s &= 1,8 \times 10^6 \text{ kg} \\
 c_s &= 1,44 \times 10^6 \text{ kg/s} \\
 \Omega_1 &= \Omega_2 = 0,79 \text{ rad/s (overeenkomend met een periode van 8 s)} \\
 c &= 0,01 \text{ m/s} \\
 \hat{H} &= 5000 \text{ kN} \\
 V_o &= 0 \\
 \hat{V} &= 4000 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

De eigenfrequenties van het systeem zijn (bij verwaarlozing van de demping):

$$\omega_1 \approx \sqrt{\frac{k_s}{m_s}} = 8 \text{ rad/s} \quad (f_1 = 1,3 \text{ Hz})$$

$$\omega_2 \approx \sqrt{\frac{2k_c + k_s}{m_c}} = 47 \text{ rad/s} \quad (f_2 = 7,5 \text{ Hz})$$

De waarden van de invoerparameters zijn gekozen op grond van modelonderzoek en hebben betrekking op een lage schuif die onder een verval van 7 m voor ongeveer de helft is geheven.

Voor de schuifmassa m_s (incl. meebewegende watermassa) is ingevoerd 80% van de werkelijke waarde (zie 4.4). De massa van de cilinders en een klein gedeelte van de schuifmassa rond de ophangpunten van de schuif vormen m_c .

Bij de bepaling van c_s is uitgegaan van een relatieve demping van 5%.

$$\frac{c_s}{c_{\text{krit}}} = 0,05 \quad c_{\text{krit}} \approx 2 \sqrt{k_s m_s} \rightarrow c = 0,1 \sqrt{k_s m_s}$$

Gevarieerd worden H_0 , a en b (invloed Coulombse wrijving en stick-slipverschijnsel), $\dot{z}$ (invloed opgedrongen beweging) en $\phi_1 - \phi_2$ (invloed faseverschil horizontale en verticale kracht).

5.3 Verwerking computerresultaten

De computer geeft als uitvoer zowel numeriek als grafisch het verloop van x , $\dot{x}$, $\ddot{x}$, y , $\dot{y}$, $\ddot{y}$, V , H en W als functie van de tijd. Uit de uitkomsten blijkt dat de verplaatsing van de uiteinden van de schuif y een duidelijk herkenbare periode van 8 s (de periode van $H(t)$ en $V(t)$) vertoont. De verplaatsing y kan diensgevolge gekarakteriseerd worden door een gemiddelde amplitude $\bar{y}$ van de eerste perioden, te meer daar in de regel de amplituden van de perioden niet zo veel van elkaar verschillen.

Niet alleen de grootte van de verplaatsingen is van belang, maar in verband met dynamische aspecten ook de manier van bewegen. Belangrijk in dit verband zijn de optredende versnellingen. Aangezien de krachten in het hefsysteem gelijk zijn aan veerstijfheid x verplaatsing y en zij overeenkomstig de bewegingsvergelijking via de wrijvingskracht zijn gerelateerd aan de traagheidskracht, vormen de versnellingen een indicatie voor de (dynamische) krachten op het hefsysteem. De manier van bewegen is dan ook gekarakteriseerd door een maximaal optredende versnelling.

5.4 Invloed Coulombse wrijving en stick-slipverschijnsel

5.4.1 Algemeen

Om de invloed van deze verschijnselen te onderzoeken zijn H_0 , a en b gevarieerd. Er is geen opgedrongen beweging ($\dot{z} = 0$) en de verticale kracht loopt 90° achter op de horizontale kracht ($\phi_1 = \frac{\pi}{2}$, $\phi_2 = 0$). Voor de waarden van de overige invoerparameters kan worden verwezen naar paragraaf 5.2.

Er zijn berekeningen gemaakt met $a = b = 0$ (geen wrijving), $a = b \neq 0$ (zuivere Coulombse wrijving) en $a \neq b$ (stick-slipverschijnsel) voor enkele waarden van H_0 .

5.4.2 Resultaten

Tabel 2 geeft een overzicht van de gemaakte berekeningen, elk gekarakteriseerd door een gemiddelde amplitude $\bar{y}$ en een maximaal optredende versnelling $\ddot{y}_{\max}$ (zie blz. 24).

Op de figuren 13 t/m 17 is voor enkele rekengevallen het verloop te zien van y , $\dot{y}$ en $\ddot{y}$.

Bij het bekijken van deze figuren valt op dat er soms starteffekten van de berekeningen zijn opgetreden. Dit is het geval indien $V_0 \neq 0$. Indien op tijdstip $t = 0$ (het begin van de berekening) de verticale kracht $V_0 + \hat{V} \sin \Omega t$ aangrijpt ervaart de konstruktie dit als een stootbelasting V_0 . Als gevolg van Coulombse wrijving en schuifdemping dempt de trilling tengevolge van deze stootbelasting snel uit.

Om de waarden van $\bar{y}$ voor de verschillende rekengevallen met elkaar te kunnen vergelijken, zijn zij in het geval dat $V_0 \neq 0$ gecorrigeerd door de statische verplaatsing $V_0/2k_c$ er af te trekken.

Bij het bepalen van de maximale versnellingen is niet gekeken naar de versnellingen tengevolge van deze starteffekten.

5.4.3 Beschouwing van de resultaten

Op figuur 18 is de gemiddelde amplitude van de verplaatsing y uitgezet tegen de gemiddelde wrijvingskracht $\bar{W} = a \times H_0$. De cijfers bij de in de figuur getekende punten geven de verhouding $b/a = W_{\max}/\bar{W}$ weer.

Uit deze figuur blijkt dat, zoals te verwachten was, de gemiddelde amplitude van de verplaatsing afneemt, indien de gemiddelde wrijvingskracht toeneemt.

De Coulombse wrijving heeft dus in het geval van een voor de konstruktie kwasistatische belasting een stabiliserend effect.

Eveneens valt uit deze figuur af te leiden dat tengevolge van het stick-slip-effekt ($b/a > 1$) de gemiddelde amplitude toeneemt, en wel meer naarmate b/a groter is. Wanneer dus bij gelijkblijvende gemiddelde wrijvingskracht de maximale wrijvingskracht toeneemt, zal ook de gemiddelde amplitude van de verplaatsing toenemen.

Om enig inzicht te krijgen in het stick-slipverschijnsel is het nuttig de verplaatsingen y op de figuren 13 t/m 17 te bekijken.

In het geval zonder wrijving B1 (fig. 13) heeft y een vloeiend verloop dat het verloop van de verticale kracht $V(t)$ volgt. De optredende versnellingen zijn erg klein. Wanneer er een geringe Coulombse wrijving aanwezig is

Tabel 2 Resultaten tweemassaveersysteem: belasting door golven; invloed van a en b

	H_o [$\times 10^6$ N]	a	b	gemiddelde amplitude $\bar{y}$ [10^{-2} m]	maximale versnelling $\ddot{y}_{max}$ [ms^{-2}]
B 1	6	0	0	1,23	0,06
B 2	6	0,1	0,1	1,05	0,3
B 3	12	0,1	0,1	0,91	0,4
B 4	12	0,2	0,2	0,57	0,4
B 5	6	0,1	0,2	1,06	6
B 6	6	0,1	0,3	1,32	11
B 7	6	0,1	0,4	1,32	16
B 8	6	0,1	0,5	1,42	21
B 9	6	0,05	0,2	1,13	8
B10	6	0,15	0,2	1,07	3
B11	6	0,2	0,5	1,19	15
B12	6	0,4	0,5	0,71	5
B13	8	0,1	0,2	1,02	6
B14	8	0,2	0,5	0,86	16
B15	12	0,1	0,2	1,16	9
B16	12	0,2	0,5	geen beweging	

($a = b = 0,1$) blijft het verloop vloeiend, maar wat opvalt is dat gedurende een kleine tijd stilstand optreedt (zie fig. 14). Wanneer de Coulombse wrijving groter is (zie fig. 15) wordt de tijd van stilstaan langer, maar de beweging tussen de uiterste waarden blijft vloeiend verlopen. De optredende versnellingen blijven ook nu klein, maar zijn toch een orde groter dan in het geval zonder Coulombse wrijving.

Tengevolge van het aanbrengen van een snelheidsafhankelijke wrijvingscoëfficiënt wordt het verplaatsingsbeeld totaal anders (zie fig. 16). Hoewel de gemiddelde wrijvingskracht hetzelfde is als bij B2 (zie fig. 14) gaat de beweging tengevolge van het feit dat de massa vanuit stilstand een grotere wrijvingskracht te overwinnen heeft, met schokken gepaard. De massa blijft dus in stilstand totdat de maximale wrijvingskracht $b \cdot H_0$ is overwonnen en krijgt dan gedurende een kleine tijd een relatief grote verplaatsing. Deze schokken gaan gepaard met snelheids- en versnellingspieken: de maximale versnelling is van de orde van grootte van de zwaartekrachtsversnelling.

Naarmate b/a groter is, wordt dit effect sterker (zie fig. 17). Hoe groter de maximale wrijvingskracht wordt, hoe langer de massa in rust blijft en hoe groter de sprong met bijbehorende snelheid en versnelling is. Uit tabel 2 blijkt dat de grootte van $\ddot{y}_{\max}$ niet zozeer bepaald wordt door b , als wel door de verhouding b/a . In figuur 19 is voor één waarde van H_0 ($H_0 = 6000$ kN) $\ddot{y}_{\max}$ uitgezet als functie van b/a . Hieruit blijkt dat $\ddot{y}_{\max}$ tengevolge van het stick-slipverschijnsel ($b/a > 1$) sterk toeneemt bij toenemende verhouding $b/a = W_{\max}/\bar{W}$.

Tengevolge van de schokkende manier van bewegen van de uiteinden van de schuif blijkt het midden van de schuif te worden aangestoten. Deze beweging x in de eigenfrekwentie dempt vanwege de damping van de schuif en de onregelmatigheid en korte duur van aanstoting vrij snel uit.

5.4.4 Konklusies

Tengevolge van het stick-slipverschijnsel verloopt de beweging van de schuif niet vloeiend, maar vertoont schokken (relatief grote verplaatsingen gedurende de korte tijd) die gepaard gaan met grote versnellingen.

Deze schokkende beweging is geen gevolg van de aanwezigheid van zuivere Coulombse wrijving ($a = b$), hoewel tengevolge daarvan wel stilstand optreedt, maar van het feit dat de statische wrijvingscoëfficiënt b groter is dan de dynamische wrijvingscoëfficiënt a . Aangezien de optredende versnellingen een indicatie vormen voor de dynamische krachten in het hefsysteem, moeten zij

zo klein mogelijk zijn. Vanuit dit oogpunt verdient het aanbeveling zowel het verschil tussen a en b als de afzonderlijke waarden zo klein mogelijk te houden.

5.5 Invloed faseverschil horizontale en verticale kracht

5.5.1 Algemeen

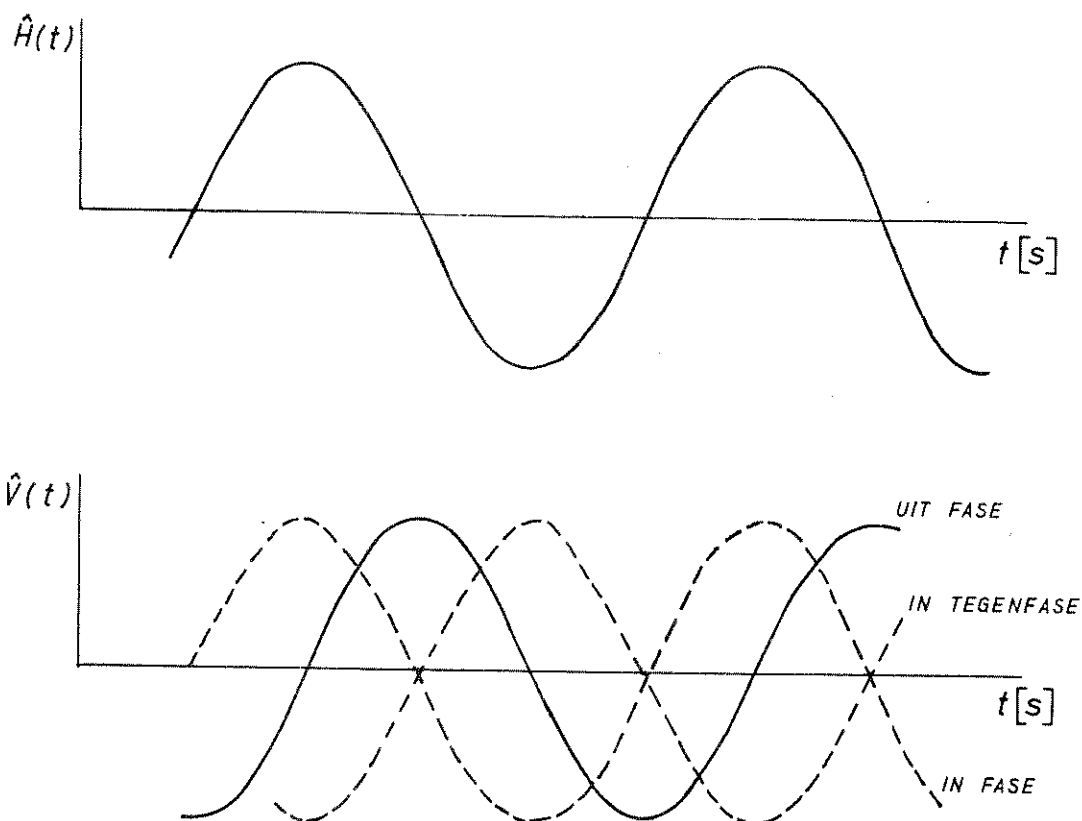
De horizontale kracht wordt veroorzaakt door golfdrukken die ongeveer in fase lopen met de momentane uitwijkingen van de waterspiegel. De verticale kracht bestaat uit componenten zoals sleepkracht (evenredig met het kwadraat van de verticale snelheid) en traagheidskracht (evenredig met de verticale versnelling). In een sinusoidale golf lopen de verticale snelheden 90° en de versnellingen 180° voor op de uitwijking van de waterspiegel.

Als resultante van sleep- en traagheidskracht zal ook de verticale kracht (indien $V(t)$ omhoog positief gekozen wordt) tussen 90° en 180° voorlopen op de horizontale kracht.

Bij de gehanteerde tekenafspraken (zie 5.2) loopt $V(t)$ theoretisch gezien tussen 0° en 90° achter op $H(t)$. Uit onderzoek is gebleken dat het faseverschil inderdaad nogal varieert, maar in voorkomende gevallen wel in de buurt van 90° ligt. Vanwege deze variatie zijn enkele berekeningen gemaakt om de invloed van het faseverschil tussen $V(t)$ en $H(t)$ op het beweeggedrag van de schuif af te schatten.

Er zijn berekeningen gemaakt waarbij $H(t)$ en $V(t)$ achtereenvolgens uit fase, in fase en in tegenfase waren.

De snelheid van opgedrongen beweging $\dot{z} = 0$ en $H_0 = 6000$ kN. Voor de waarden van de overige invoerparameters kan worden verwezen naar paragraaf 5.2.



5.5.2 Resultaten

Tabel 3 geeft een overzicht van de gemaakte berekeningen, elk wederom gekarakteriseerd door een gemiddelde amplitude $\bar{y}$ en een maximaal optredende versnelling $\ddot{y}_{\max}$.

Tabel 3 Resultaten tweemassaveersysteem: belasting door golven; invloed faseverschil tussen H en V

	H(t) en V(t)	a	b	gemiddelde amplitude $\bar{y}$ [10 ⁻² m]	maximale versnelling $\ddot{y}_{\max}$ [ms ⁻²]
B 5	uit fase	0,1	0,2	1,06	6
B17	in fase	0,1	0,2	1,04	6
B18	in tegenfase	0,1	0,2	1,27	4
B11	uit fase	0,2	0,5	1,19	16
B19	in fase	0,2	0,5	1,10	16
B20	in tegenfase	0,2	0,5	1,26	12

5.5.3 Beschouwing van de resultaten en konklusies

Bij het vergelijken van de verschillende gemiddelde amplituden voor de verschillende rekengevallen blijkt dat de grootste waarde voor $\bar{y}$ optreedt indien $V(t)$ en $H(t)$ in tegenfase zijn. Dit was te verwachten omdat in dit geval de verticale kracht maximaal is als de horizontale kracht en dus ook de wrijvingskracht minimaal is.

Overigens blijkt de invloed van het faseverschil op de verplaatsingen gering te zijn.

Ook wat betreft de manier van bewegen blijkt de invloed van het faseverschil niet noemenswaard groot te zijn. De kleinste versnellingen treden op als $V(t)$ en $H(t)$ in tegenfase zijn.

Als algehele konklusie kan worden gezegd dat de invloed van het faseverschil tussen $V(t)$ en $H(t)$ op het dynamisch gedrag van een schuif tengevolge van Coulombse wrijving niet significant is.

5.6 Invloed opgedrongen beweging en c

5.6.1 Algemeen

De invloed van een opgedrongen beweging $\dot{z}$ zoals dit het geval is bij het heffen of laten zakken van de schuif is bekeken in samenhang met de waarde van c (de snelheid waarboven de wrijvingscoëfficiënt konstant is). Allereerst is bij $c = 0,01$ m/s de invloed van een hefsnelheid van $\dot{z} = 0,003$ m/s voor verschillende combinaties van H_0 , a en b nagegaan.

Ten slotte zijn sommen gemaakt voor de combinaties $\dot{z} = 0,006$ m/s, $c = 0,01$ m/s en $\dot{z} = 0,003$ m/s, $c = 0,001$ m/s.

Voor de waarden van de overige invoerparameters kan weer worden verwezen naar 5.2.

Om de resultaten van de rekengevallen met en zonder opgedrongen beweging te kunnen vergelijken is in het geval dat er een snelheid van opgedrongen beweging $\dot{z}$ is, de gemiddelde amplitude bepaald ten opzichte van de lijn $y = \dot{z} \cdot t$.

5.6.2 Resultaten

Tabel 4 geeft een overzicht van de gemaakte berekeningen, die gekarakteriseerd zijn door een gemiddelde amplitude $\bar{y}$ en een maximale versnelling $\ddot{y}_{\max}$. Tevens zijn ter vergelijking de resultaten van reeds eerder vermelde reken-

gevallen opgenomen. De figuren 20 t/m 22 geven enkele voorbeelden van de uitkomsten van de berekeningen.

Tabel 4 Resultaten tweemassaveersysteem: belasting door golven;
invloed c en $\dot{z}$

	H_o [$\times 10^6$ N]	$\dot{z}$ [ms^{-1}]	c [ms^{-1}]	a	b	gemiddelde amplitude $\bar{y}$ [10^{-2} m]	maximale versnelling $\ddot{y}_{max}$ [ms^{-2}]
B21	--	0,003	--	0	0	1,23	0,10
B 1	--	0	--	0	0	1,23	0,06
B22	6	0,003	0,01	0,1	0,2	1,29	6
B 5	6	0	0,01	0,1	0,2	1,06	6
B23	6	0,003	0,01	0,2	0,5	1,35	16
B11	6	0	0,01	0,2	0,5	1,19	16
B24	12	0,003	0,01	0,1	0,2	1,00	9
B15	12	0	0,01	0,1	0,2	1,16	9
B25	12	0,003	0,01	0,2	0,5	--	23
B16	12	0	0,01	0,2	0,5	geen beweging	
B22	6	0,003	0,01	0,1	0,2	1,29	6
B26	6	0,006	0,01	0,1	0,2	1,12	6
B22	6	0,003	0,01	0,1	0,2	1,29	6
B27	6	0,003	0,001	0,1	0,2	1,31	6

5.6.3 Beschouwing van de resultaten en konklusies

Uit de resultaten, vermeld in tabel 4, blijkt dat de invloed van een opgedrongen beweging van 0,03 m/s op het dynamisch gedrag van een schuif met Coulombse wrijving gering is.

Zoals uit de figuren 20 t/m 22 blijkt, blijft de beweging van de schuif schokkerig. Het aantal schokken per periode is in het geval van een opgedrongen beweging natuurlijk groter omdat de schuif per periode een netto

verplaatsing ondergaat. De bijbehorende versnellingen zijn dezelfde in beide gevallen.

De reden van het geringe verschil ligt waarschijnlijk in het feit dat de snelheden tengevolge van de uitwendige belasting een faktor 10 tot 100 groter zijn dan de snelheid van de opgedrongen beweging.

Wanneer de snelheid van opgedrongen beweging wordt vergroot tot 0,006 m/s blijkt de invloed op $\ddot{y}$ en $\ddot{y}_{\max}$ gering te zijn. Wel blijkt bij vergelijking van figuur 20 ($\dot{z} = 0,003$ m/s) en figuur 22 ($\dot{z} = 0,006$ m/s) dat het schokpatroon regelmatig wordt, de schokfrequentie toeneemt en het aantal schokken per eenheid van verplaatsing afneemt bij een toename van de snelheid van de opgedrongen beweging.

Het rekengeval waarin $c < \dot{z}$ met $c = 0,001$ m/s en $\dot{z} = 0,003$ m/s geeft dezelfde uitkomsten als dat waarin $c = 0,01$ m/s. Ook het beeld van verplaatsingen en versnellingen is in beide gevallen hetzelfde.

Aangezien de optredende snelheden ongeveer 0,1 m/s waren, kan gekonkludeerd worden dat de verhouding $c/\dot{z}$ niet van belang is als c en $\dot{z}$ klein zijn ten opzichte van de optredende snelheden ($\dot{y}$). Wanneer de optredende snelheden echter in de buurt liggen van c en $\dot{z}$, is zeker invloed van c en $\dot{z}$ te verwachten.

Deze konklusie is ook van belang ten aanzien van de modeltechniek. Wanneer in het model hetzelfde oplegmateriaal wordt toegepast als in het prototype, zal de waarde van c een faktor n_v (de waarde van de snelheidsschaal) te groot zijn. Het is echter waarschijnlijk onmogelijk ten behoeve van de modeltechniek een zodanig materiaal uit te zoeken waarvan a en b hetzelfde zijn als bij het prototypemateriaal, maar c veel kleiner.

Een te grote waarde van c in het model kan een onjuist produceren van het dynamische gedrag van de schuif ten gevolge hebben indien de optredende snelheden ten gevolge van de uitwendige belasting in de buurt liggen van c . Zijn deze snelheden $\dot{y}$ toch nog veel groter dan c (faktor 5 à 10), dan kan worden gekonkludeerd (aan de hand van een speciale berekening met grote c) dat het niet op snelheidsschaal reproduceren van c een te verwaarlozen invloed heeft op het bewegingsgedrag van de schuif. Voor de modeltechniek is kennis omtrent de juiste waarde van c dus belangrijk.

5.7 Overige rekengevallen

5.7.1 Inleiding

Aangezien tijdens het onderzoek betrouwbaardere waarden voor de invoerparameters beschikbaar kwamen, zijn nog enkele rekengevallen gedraaid voor specifieke situaties.

Het betreft hier de situaties begin sluiten, halverwege sluiten en de situatie tegen het einde van sluiten van de schuif. De waarden van de invoerparameters hebben betrekking op de lage schuif. De snelheid van de opgedrongen beweging $\dot{z}$ is in alle gevallen 0,003 m/s, $c = 0,01$ m/s en het faseverschil tussen horizontale kracht en verticale kracht is 90° .

5.7.2 Invloed voorspanning

Als gevolg van de aanwezige horizontale voorspanning is de uitwendige horizontale kracht niet gelijk aan de horizontale kracht ter plaatse van de glijdbanen (oplegkracht). Deze oplegkracht bepaalt met de grootte van de wrijvingscoëfficiënt de grootte van de wrijvingskracht. Figuur 23 toont het verband tussen uitwendige horizontale kracht en oplegkracht voor een lage schuif. Aangezien de schuif tweezijdig is voorgespannen kan de verticale as beschouwd worden als symmetrieas van de grafiek. Met behulp van deze grafiek kunnen H_o en $\hat{H}$ van de uitwendige horizontale kracht omgewerkt worden tot een H_o en $\hat{H}$ van de oplegkracht, die uiteindelijk moeten worden ingevoerd.

5.7.3 Situatie tegen eind sluiten

5.7.3.1 Invoergegevens

$$\begin{array}{lll} H_o = 9600 \text{ kN} & \hat{H} = 7300 \text{ kN} & \Omega_1 = \Omega_2 = 0,79 \text{ rad/s} \\ V_o = 0 & H_o = 5000 \text{ kN} & \phi_1 = \pi/2 \quad \phi_2 = 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} 2k_c = 6 \times 10^8 \text{ N/m} & m_c = 0,2 \times 10^6 \text{ kg} \\ k_s = 1,5 \times 10^8 \text{ N/m} & m_s = 1,72 \times 10^6 \text{ kg} \\ c_s = 1,61 \times 10^6 \text{ kg/s} & \end{array}$$

Drie combinaties van a en b zijn gekozen:

B28	a = 0,1	b = 0,2
B29	a = 0,2	b = 0,24
B30	a = 0,2	b = 0,3

Aan de hand van figuur 23 is de oplegkracht bepaald. Dit levert op:

$$H_O = 10500 \text{ kN} \text{ en } \hat{H} = 6500 \text{ kN.}$$

Het verschil met de uitwendige kracht is zo gering dat eerdergenoemde waarden van H_O en $\hat{H}$ zijn ingevoerd.

5.7.3.2 Resultaten en konklusies

De verschillen in verplaatsingen van de rekengevallen met verschillende combinaties van a en b zijn te verwaarlozen. De maximaal optredende versnellingen zijn:

			$\ddot{y}_{\max}$
B29	a = 0,2	b = 0,24	4
B30	a = 0,2	b = 0,3	8
B28	a = 0,1	B = 0,2	9

Zoals reeds is opgemerkt, neemt $\ddot{y}_{\max}$ toe bij toenemende verhouding b/a.

Figuur 24 toont het verloop van y en x voor de drie combinaties van a en b. Naarmate b/a kleiner is, wordt het aantal schokken per periode groter en de bijbehorende versnellingen kleiner. Tevens wordt de regelmatigheid van het schokken groter.

Aangezien bij B29 de schokfrequentie groter is dan de eigenfrequentie van de schuif, treedt geen opslinging op van de middendoorsnede van de schuif x. Bij B28 en B30 treedt wel enige opslinging op, die echter door de onregelmatigheid van schokken en de demping van de schuif snel uitdempt.

5.7.4 Situatie halverwege sluiten

Invoergegevens:

$$\begin{array}{lll} H_O = 8000 \text{ kN} & \hat{H} = 5000 \text{ kN} & \Omega_1 = \Omega_2 = 0,79 \text{ rad/s} \\ V_O = 0 & \hat{V} = 4000 \text{ kN} & \phi_1 = \pi/2 \quad \phi_2 = 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} 2k_c = 4 \times 10^8 \text{ N/m} & m_c = 0,2 \times 10^6 \text{ kg} \\ k_s = 1,15 \times 10^8 \text{ N/m} & m_s = 1,8 \times 10^6 \text{ kg} \\ c_s = 1,44 \times 10^6 \text{ kg/s} & a = 0,1 \quad b = 0,2 \end{array}$$

De oplegkracht, bepaald aan de hand van figuur 23 is: $H_o = 8650 \text{ kN}$ en $\hat{H} = 4350 \text{ kN}$. Het verschil met de uitwendige horizontale kracht is gering, zodat deze is ingevoerd.

Figuur 25 geeft de uitvoer in grafische vorm.

5.7.5 Situatie begin sluiten

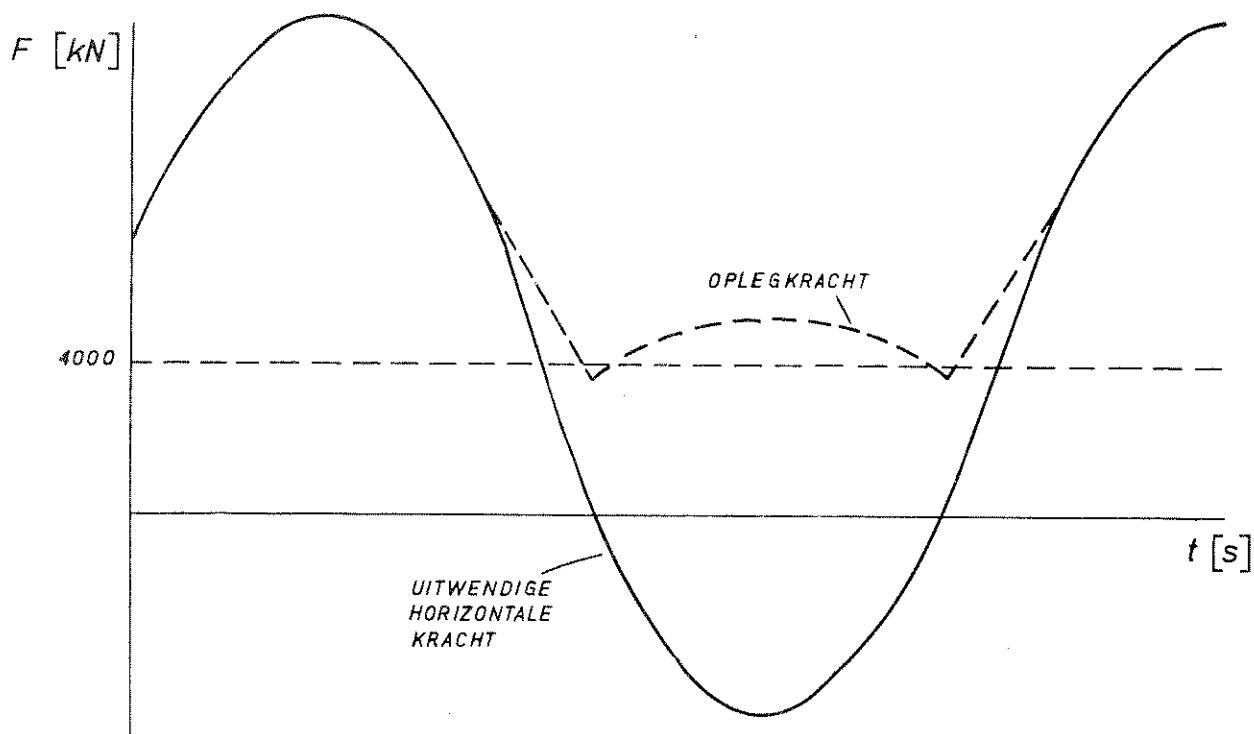
5.7.5.1 Invoergegevens

$$\begin{array}{ll} H_o = 4000 \text{ kN} & \hat{H} = 9200 \text{ kN} \\ V_o = 0 & \hat{V} = 4000 \text{ kN} \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} 2k_c = 28 \times 10^8 \text{ N/m} & m_c = 0,2 \times 10^6 \text{ kg} \\ k_s = 1,5 \times 10^8 \text{ N/m} & m_s = 1,37 \times 10^6 \text{ kg} \\ c_s = 1,43 \times 10^6 \text{ kg/s} & a = 0,1 \quad b = 0,2 \end{array}$$

5.7.5.2 Invloed voorspanning

De invloed van de voorspanning is in dit geval groot omdat de horizontale kracht van teken omslaat. Tengevolge van de voorspanning blijft de oplegkracht altijd positief.



Aangezien in het computerprogramma alleen een sinus kan worden ingevoerd, is de oplegkracht geschematiseerd tot een sinus met $H_0 = 8500$ kN en $\hat{H} = 4600$ kN, welke waarden zijn ingevoerd.

5.7.5.3 Resultaten en konklusies

Uit figuur 26 blijkt dat, ondanks het feit dat de uitwendige belasting ongeveer hetzelfde is als in de situatie halverwege sluiten, de beweging van de schuif totaal anders is. Dit verschil wordt veroorzaakt door het feit dat de cilinderstijfheid bij het begin van sluiten maximaal is en 7 x zo groot als bij halverwege sluiten. Het resultaat is een voortdurende, tamelijk regelmatig schokkende beweging in één richting. Aangezien de schokfrequentie (~5 Hz) veel groter is dan de eigenfrequentie (1,7 Hz) treedt geen opslingering van de middendoorsnede op.

6 Tweemassaveersysteem - belasting door stroming

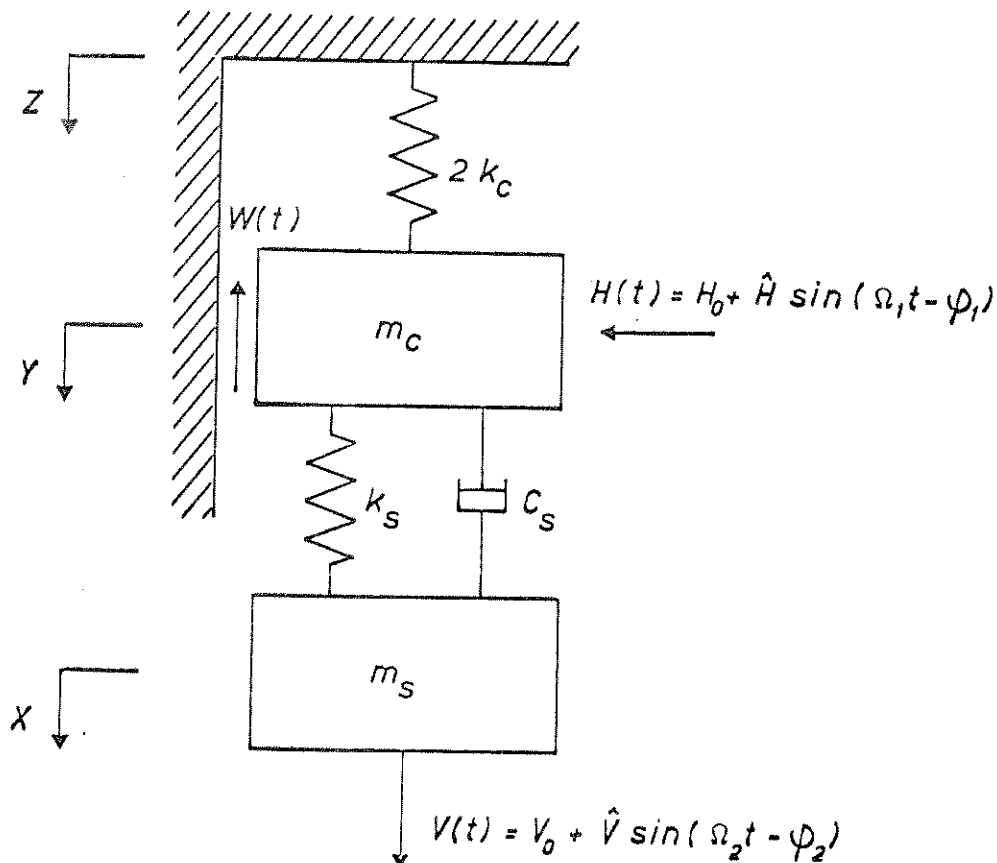
6.1 Inleiding

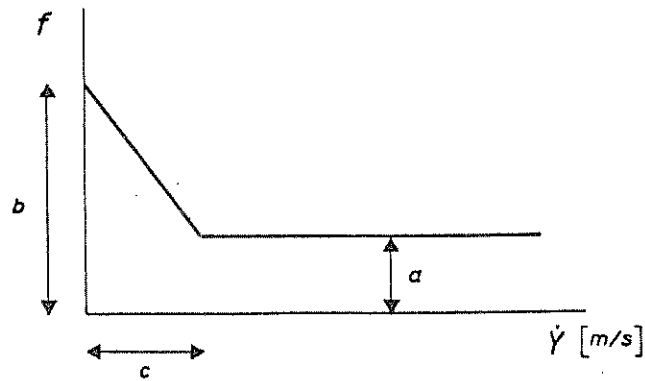
De stromingsbelasting bestaat uit een groot statisch en kwasistatisch deel, dat wordt veroorzaakt door de sleepweerstand van het stromende water, en een klein dynamisch deel (stromingsexcitatie) met frekwenties die van dezelfde orde van grootte zijn als de eigenfrequentie van de schuif. Met behulp van enkele berekeningen is nagegaan wat de invloed van deze belasting is op het dynamisch gedrag van de schuif.

Nagegaan is de invloed van

- de verhouding $W_{\max}/V_0$ en de frekwentie van de uitwendige kracht Ω
- het faseverschil tussen $\hat{V}(t)$ en $\hat{H}(t)$
- een opgedrongen beweging tengevolge van het openen of sluiten van de schuif.

6.2 Invoergegevens





Uitgegaan is van de volgende vaste waarden van de invoerparameters:

$$\begin{aligned} 2k_c &= 330 \times 10^6 \text{ N/m} \\ k_s &= 115 \times 10^6 \text{ N/m} \\ m_c &= 0,2 \times 10^6 \text{ kg} \\ m_s &= 1,8 \times 10^6 \text{ kg} \\ c_s &= 1,44 \times 10^6 \text{ kg/s} \\ c &= 0,01 \text{ m/s} \\ \phi_1 &= \phi_2 = 0 \\ \hat{H} &= \hat{V} = 100 \text{ kN} \\ V_o &= 500 \text{ kN} \end{aligned}$$

Deze waarden van de invoerparameters hebben betrekking op een lage schuif. Het dynamische deel van de stromingsbelasting (de stromingsexcitatie) alterneert met frekwenties die in de buurt liggen van de eigenfrekwentie van de schuif. Daarom zijn de exakte waarden van de eigenfrekwentie bepaald volgens

$$\omega_{12}^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{k_s}{m_s} + \frac{2k_c + k_s}{m_c} \right) \pm \sqrt{\left(\frac{k_s}{m_s} - \frac{2k_c + k_s}{m_c} \right)^2 + 4 \frac{k_s^2}{m_s m_c}}$$

$$\omega_1 = 6,9 \text{ rad/s}$$

$$\omega_2 = 47,3 \text{ rad/s}$$

Gearieerd worden H_o , a en b (invloed Coulombse wrijving en stick-slipverschijnsel), Ω (invloed frekwentie uitwendige krachten), $\dot{z}$ (invloed opgedrongen beweging) en $\phi_1 - \phi_2$ (invloed faseverschil horizontale en vertikale kracht).

6.3 Verwerking van de resultaten

Op tijdstip $t = 0$, het begin van de berekening, grijpt een kracht $V(t) = V_0 + \hat{V} \sin \Omega t = 500 + 100 \sin \Omega t$ aan. In het wrijvingsloze systeem ontstaat er dan tengevolge van deze plotseling aangrijpende kracht een combinatie van twee trillingen:

- een trilling in de laagste eigenfrequentie van het systeem tengevolge van de "stootbelasting" op $t = 0$. Deze trilling zal als gevolg van de schuifdamping en bij aanwezigheid van Coulombse wrijving door deze wrijving vrij snel uitdempen
- een trilling in de frequentie van de opgedrongen kracht tengevolge van de stromingsexcitatie.

Bij de aanwezigheid van Coulombse damping zal het beeld van de verplaatsing complexer zijn, maar bij een geringe wrijvingskracht is dit trillingsbeeld te herkennen. Als gevolg van het statische deel V_0 van de stromingskracht krijgt de schuif een statische uitwijking van $V_0 / 2k_c = 1,52 \times 10^{-3}$ m na het uitdempen van de eigentrilling. Vanwege het dynamische deel $\hat{V} \sin \Omega t$ van de stromingskracht krijgt de schuif een statische uitwijking van $\hat{V}/2k_c = 0,303 \times 10^{-3}$ m.

In het geval dat de beweging y na het uitdempen van de eigentrilling periodiek is (wat bij kleine wrijvingskrachten het geval zal zijn), kan y_{dyn} gedefinieerd worden als $y_{\text{max}} - 1,52 \times 10^{-3}$ en de versterkingsfaktor V als

$$\frac{y_{\text{dyn}}}{y_{\text{stat}}} = \frac{y_{\text{max}} - 1,52 \times 10^{-3}}{0,303 \times 10^{-3}} .$$

Bij grote wrijvingskrachten blijkt de schuif na een initiële verstoring stil te blijven staan. De uitkomst van een rekengeval kan in dit geval gekarakteriseerd worden door een uiteindelijke verplaatsing y_{eind} .

Achteraf moet worden gekonkludeerd dat ter vermindering van de eigentrilling als gevolg van de stootbelasting op $t = 0$ voor V_0 de waarde 0 had moeten worden ingevoerd, omdat na het uitdempen van de eigentrilling V_0 zich alleen manifesteert in een bepaalde statische uitwijking.

6.4 Invloed Coulombse wrijving en frekwentie stromingsexcitatie

6.4.1 Algemeen

Het dynamische deel van de stromingskracht ($\hat{H}$, $\hat{V}$) is klein ten opzichte van het statische deel (H_0 , V_0). Met het oog hierop zal de verhouding $W_{\max}/V_0$ een grote invloed hebben op de beweging van de schuif. Deze verhouding is vanzelfsprekend kleiner dan 1 omdat anders in het geheel geen beweging optreedt.

Er zijn berekeningen gemaakt met de volgende verhoudingen $W_{\max}/V_0$: 0,9 , 0,75 , 0,5 , 0,1 en 0.

Gekozen zijn de volgende twee combinaties van a en b:

$$a = 0,1 \quad b = 0,2$$

$$a = 0,2 \quad b = 0,5$$

Aangezien $W_{\max} = b \times H_0$ kan uitgaande van $W_{\max}/V_0$ en b de waarde van H_0 worden berekend (H_0 in kN):

$\frac{W_{\max}}{V_0}$ b	0,9	0,75	0,5	0,1
0,2	2250	1875	1250	250
0,5	900	750	500	100

Bij vergelijking van deze berekende waarden en de resultaten van modelonderzoek blijkt dat de berekende waarden van H_0 voorkomen bij kleine vervallen en vrij hoge schuifstanden.

Tevens is de invloed van de frekwentie van de stromingsexcitatie onderzocht:

Ω_1 en Ω_2 zijn gevarieerd.

$$\Omega_1 = \Omega_2 = 5, 6,5, 10, 20 \text{ en } 40 \text{ rad/s.}$$

Er is geen opgedrongen beweging: $\dot{z} = 0$.

Een overzicht van de gedraaide rekengevallen is te vinden op tabel 5. Ieder rekengeval is gekarakteriseerd door een versterkingsfactor v (indien y periodiek is) of een uiteindelijke verplaatsing y_{eind} (indien y konstant blijft). Op de figuren 27 t/m 31 is voor enkele waarden van Ω en $W_{\max}/V_0$ het verloop van y, $\dot{y}$ en $\ddot{y}$ te zien.

Tabel 5 Resultaten tweemassaveersysteem: belasting door stroming

	H_o [10 ⁶ N]	a	b	$\frac{W_{max}}{V_o}$	Ω [rad/s]	v	y_{eind} [10 ⁻³ m]
C 1	2,25	0,1	0,2	0,9	5		1,15
C 2	1,875	0,1	0,2	0,75	5		1,60
C 3	1,25	0,1	0,2	0,5	5		1,48
C 4	0,25	0,1	0,2	0,1	5	2,3	
C 5	0	0	0	0	5	3,3	
C 6	2,25	0,1	0,2	0,9	6,5	2	
C 7	1,875	0,1	0,2	0,75	6,5	2,7	
C 8	1,25	0,1	0,2	0,5	6,5	4,5	
C 9	0,25	0,1	0,2	0,1	6,5	6,3	
C10	0	0	0	0	6,5	8	
C11	2,25	0,1	0,2	0,9	10		1,80
C12	1,875	0,1	0,2	0,75	10		1,26
C13	1,25	0,1	0,2	0,5	10		1,54
C14	0,25	0,1	0,2	0,1	10	1,1	
C15	0	0	0	0	10	1,8	
C16	2,25	0,1	0,2	0,9	20		1,78
C17	1,875	0,1	0,2	0,75	20		1,88
C18	1,25	0,1	0,2	0,5	20		1,44
C19	0,25	0,1	0,2	0,1	20	0,3	
C20	0	0	0	0	20	1,3	
C21	2,25	0,1	0,2	0,9	40		1,80
C22	1,875	0,1	0,2	0,75	40		1,23
C23	1,25	0,1	0,2	0,5	40		1,32
C24	0,25	0,1	0,2	0,1	40	0,1	
C25	0	0	0	0	40	1	

Tabel 5 Resultaten tweemassaveersysteem: belasting door stroming
(vervolg)

	H_o [10^6 N]	a	b	$\frac{W_{max}}{V_o}$	Ω [rad/s]	v	y_{eind} [10^{-3} m]
C26	0,9	0,2	0,5	0,9	5		1,91
C27	0,75	0,2	0,5	0,75	5		1,64
C28	0,5	0,2	0,5	0,5	5	1,6	
C29	0,1	0,2	0,5	0,1	5	2	
C 5	0	0	0	0	5	3,3	
C30	0,9	0,2	0,5	0,9	6,5	4	
C31	0,75	0,2	0,5	0,75	6,5	4,7	
C32	0,5	0,2	0,5	0,5	6,5	5,7	
C33	0,1	0,2	0,5	0,1	6,5	8	
C10	0	0	0	0	6,5	8	
C34	0,9	0,2	0,5	0,9	10		1,85
C35	0,75	0,2	0,5	0,75	10		1,94
C36	0,5	0,2	0,5	0,5	10	1,2	
C37	0,1	0,2	0,5	0,1	10	1,3	
C15	0	0	0	0	10	1,8	
C38	0,9	0,2	0,5	0,9	20		1,94
C39	0,75	0,2	0,5	0,75	20		1,97
C40	0,5	0,2	0,5	0,5	20		1,81
C41	0,1	0,2	0,5	0,1	20	0,33	
C20	0	0	0	0	20	1,3	
C42	0,9	0,2	0,5	0,9	40		1,85
C43	0,75	0,2	0,5	0,75	40		1,18
C44	0,5	0,2	0,5	0,5	40		1,42
C45	0,1	0,2	0,5	0,1	40	0,33	
C25	0	0	0	0	40	1	

6.4.2 Beschouwing van de resultaten

Uit de resultaten, zoals vermeld op tabel 5, valt af te lezen dat voor $W_{\max}/V_0 > 0,5$ de schuif na een initiële verstoring tengevolge van een plotse-
ling aangrijpende verticale kracht stil blijft staan en niet meer in bewe-
ging komt (zie bijv. fig. 27). Er is geen verband tussen de grootte van deze
eindverplaatsing en $W_{\max}/V_0$ of Ω .

Alleen in die gevallen waarin de hoekfrequentie van de verticale kracht
($\Omega = 6,5$ rad/s) dicht in de buurt ligt van de eigenfrequentie van het systeem
($\omega_1 = 6,9$ rad/s) treedt geen blijvende stilstand op. Zoals uit figuur 30
blijkt, is er in dat geval zelfs bij grote verhoudingen $W_{\max}/V_0$ ($W_{\max}/V_0 =$
0,9) nog sprake van een periodieke beweging. Gedurende zeer korte tijd ver-
plaatst de massa van de minimum naar de maximum uitwijking of omgekeerd,
waarna de massa gedurende bijna een halve periode stilstaat. De bijbehorende
versnellingen zijn redelijk groot (max. $\approx 1,5$ m/s²).

Naarmate $W_{\max}/V_0$ kleiner wordt, wordt de tijd van stilstaan in de uiterste
waarden korter en gaat de beweging steeds vloeiender verlopen. De versnel-
lingen worden dan ook met het afnemen van $W_{\max}/V_0$ kleiner. In het wrijvings-
loze geval is de beweging zuiver sinusvormig (fig. 31). Zoals te verwachten
is gaat een afname van $W_{\max}/V_0$ wel gepaard met een toename van de verster-
kingsfaktor v , dus met een toename van de maximale uitwijking.

Indien $W_{\max}/V_0 < 0,5$ is er ook bij andere frequenties sprake van een kwasi-
periodieke beweging. Naarmate $W_{\max}/V_0$ kleiner wordt, verandert de beweging
van rechthoekig bij $W_{\max}/V_0 = 0,5$ (zie fig. 27) via onregelmatig sinusvormig
bij $W_{\max}/V_0 = 0,1$ (zie fig. 29) tot een zuivere sinusvormige beweging in het
geval er geen wrijving is. Naarmate $W_{\max}/V_0$ kleiner wordt nemen de versnel-
lingen af en de maximale verplaatsingen toe.

De frequentie van de stromingsexcitatie heeft in zoverre nog invloed dat bij
toenemende Ω (voor $\Omega/\omega > 1$) de grootte van de verplaatsingen afneemt. Dit is
analoog aan de invloed van Ω op de beweging van een al dan niet wrijvingsloos
eenmassaveersysteem.

6.4.3 Konklusies

Uit de resultaten kan worden gekonkludeerd dat de invloed van stromingsexci-
tatie met frequenties die niet in de buurt van de eigenfrequentie liggen, op
het dynamisch gedrag van een schuif met Coulombse wrijving gering is. De ver-
snellingen en verplaatsingen die de schuif tengevolge van de stromingsexcita-
tie ondergaat, zijn niet verontrustend groot.

Alleen in het geval dat de frekwentie van de stromingsexcitatie in de buurt ligt van de eigenfrekwentie van de schuif zouden grote verplaatsingen en misschien opslingingen kunnen voorkomen. Uit vergelijking met resultaten van modelonderzoek naar stromingsbelasting blijkt echter dat alleen de grotere verhoudingen van $W_{\max}/V_o$ in werkelijkheid zullen voorkomen. Dit is zeker het geval indien de invloed van de horizontale voorspanning wordt meegenomen. De invloed van stromingsexcitatie op het beweeggedrag van de schuif bij de opleggingen is in dit geval daarom onbelangrijk.

6.5 Invloed faseverschil horizontale en verticale kracht

De invloed van het faseverschil tussen horizontale en verticale kracht is onderzocht voor $\hat{V}$ en $\hat{H}$ in fase, $\hat{V}$ en $\hat{H}$ in tegenfase, $\hat{V}$ en $\hat{H}$ uit fase. Dit is gebeurd voor twee combinaties van a en b: a = 0,1 b = 0,2 en a = 0,2 b = 0,5.

Voor $W_{\max}/V_o$ en Ω zijn gekozen: $W_{\max}/V_o = 0,1$ en $\Omega = 10$ rad/s.

De resultaten staan in onderstaande tabel.

Tabel 6 Resultaten tweemassaveersysteem: belasting door stroming;
invloed faseverschil tussen H en V

	$\hat{H}$ en $\hat{V}$	a	b	versterkingsfaktor v
C14	in fase	0,1	0,2	1,1
C47	in tegenfase	0,1	0,2	0,7
C46	uit fase	0,1	0,2	0,8
C37	in fase	0,2	0,5	1,3
C49	in tegenfase	0,2	0,5	0,5
C48	uit fase	0,2	0,5	1

De invloed van het faseverschil blijkt erg gering te zijn, hetwelk waarschijnlijk een gevolg is van het feit dat de stromingsexcitatie klein is ten opzichte van het statische deel van de stromingsbelasting.

6.6 Invloed opgedrongen beweging

De invloed van de snelheid van opgedrongen beweging is onderzocht voor twee verhoudingen van $W_{\max}/V_o$: $W_{\max}/V_o = 0,9$ waarbij zonder opgedrongen beweging de schuif stilstaat en $V_{\max}/V_o = 0,1$ waarbij de schuif een periodieke beweging heeft.

De snelheid van de opgedrongen beweging $\dot{z} = 0,003$ m/s. Verder is gekozen: $\Omega = 10$ rad/s en $a = 0,1$ $b = 0,2$.

De resultaten zijn te vinden op de figuren 32 en 33. Uit figuur 32 blijkt dat wanneer de wrijvingskracht klein is ($W_{\max}/V_o = 0,1$) de beweging vloeiend verloopt. Wanneer de verplaatsingen worden beschouwd ten opzichte van de lijn $y = 0,003 \cdot t$ zijn de verschillen met de situatie zonder opgedrongen beweging gering.

Geheel anders is dit beeld bij $W_{\max}/V_o = 0,9$ (zie fig. 33). Er ontstaat een echte schokkende stick-slipbeweging (zie ook 2.2), die gepaard gaat met snelheidspieken van 0,03 m/s en versnellingspieken van $1,5 \text{ m/s}^2$.

REFERENTIES

- 1 BOUMA, A.L., ESVELD, C.
Dynamica van constructies deel 1, handleiding bij het college b 15A.
Technische Hogeschool Delft, Afdeling der civiele techniek.
- 2 BOUMA, A.L., ESVELD, C.
Dynamica van constructies deel 3, handleiding bij het college b 15A.
Technische Hogeschool Delft, Afdeling der civiele techniek.
- 3 DEN HARTOG, J.P.
Mechanical Vibrations.
McGraw Hill Book Cy, 1956.
- 4 KATO, S., YAMAGUCHI, K., MATSUBAYASHI, T. en SATO, N.
Stick-slip motion and characteristics of friction in machine tool
slideway.
Memoirs of the Faculty of Engineering, Nagoya University, Vol. 27,
No. 1 (1975).

Bijlage 1

Beknopte beschrijving programma VEERSYS

Met behulp van het programma VEERSYS wordt het stelsel van twee 2e-orde differentiaalvergelijkingen numeriek opgelost. Hiertoe wordt het stelsel eerst omgevormd tot een stelsel van vier 1e-orde differentiaalvergelijkingen. Het stelsel

$$\begin{cases} m_s \ddot{x} + c_s (\dot{x} - \dot{y}) + k_s (x - y) = V_t \\ m_c \ddot{y} + c_s (\dot{y} - \dot{x}) + 2k_c (y - z) - k_s (y - x) + f \cdot H_t = 0 \end{cases}$$

wordt nu:

$$\dot{x} = \frac{dx}{dt} = x_p$$

$$\frac{dx_p}{dt} = \left[V_t - (x - y) k_s - (x_p - y_p) c_s \right] / m_s$$

$$\dot{y} = \frac{dy}{dt} = y_p$$

$$\frac{dy_p}{dt} = \left[(x - y) k_s + (x_p - y_p) c_s - 2k_c (y - z) - f \cdot H_t \right] / m_c$$

Dit stelsel wordt in het programma stap voor stap opgelost door het per tijdstap aanroepen van de subroutine DVOGER. Deze subroutine is beschikbaar in de numerieke subroutinebibliotheek IMSL.

Er is van uitgegaan dat het stelsel onder alle omstandigheden niet stijf is, zodat in DVOGER wordt gebruik gemaakt van de prediktor-korrektormethode van Adams.

Het stelsel differentiaalvergelijkingen is geprogrammeerd in de subroutine FUN welke door DVOGER wordt aangeroepen. De wrijvingscoëfficiënt wordt bepaald in de functie FK. Alle invoer wordt verzorgd in de subroutine INV (voor een gedetailleerde beschrijving van de invoer: zie invoerprogramma VEERSYS). Voor een globale werking van het programma wordt verwezen naar het (vereenvoudigde) stroomschema.

Alle functiewaarden welke per tijdstap worden berekend, worden uitgevoerd via de regeldrukker. Het is echter ook mogelijk om achteraf de verschillende variabelen te laten plotten als functie van de tijd. In het programma VEERSYS

worden hiertoe de funktiewaarden per tijdstap ook weggeschreven op schijf. Indien gewenst wordt vervolgens een plotprogramma gedraaid, dat de funktiewaarden van schijf weer inleest en daarna plot. De schaling wordt geheel in het programma verzorgd.

Voor een globaal overzicht van het geheel wordt verwezen naar het systeem-schema.

Invoer programma VEERSYS

kaart 1 : format (6E10.0), achtereenvolgens:

RMS,RMC,RKS,CDEMP,YO

RMS : massa van de schuif

RMC : massa van de cilinders

RKS : veerstijfheid schuif

RKC : veerstijfheid cilinder

CDEMP: dempingskonstante schuif

YO : snelheid van opgedrongen beweging

kaart 2 : format (4E10.0), achtereenvolgens:

HO,A,OM1,PSI1

HO : statische deel horizontale kracht

A : amplitude dynamische deel horizontale kracht

OM1 : hoekfrekwentie horizontale kracht

PSI1 : fasehoek horizontale kracht

kaart 3 : format (4E10.0), achtereenvolgens:

VO,B,OM2,PSI2

VO : statische deel verticale kracht

B : amplitude dynamische deel verticale kracht

OM2 : hoekfrekwentie verticale kracht

PSI2 : fasehoek verticale kracht

kaart 4 : format (3E10.0), achtereenvolgens:

AC,BC,CC

AC : dynamische wrijvingscoëfficiënt

BC : statische wrijvingscoëfficiënt

CC : snelheid, waarboven wrijvingscoëfficiënt konstant is

kaart 5 : format (4E10.0), achtereenvolgens:

X,XP,Y,YP

X : beginvoorwaarde voor verplaatsing van middendoorsnede
schuif

XP : beginvoorwaarde voor snelheid van middendoorsnede schuif

Y : beginvoorwaarde voor verplaatsing van einddoorsnede schuif

YP : beginvoorwaarde voor snelheid van einddoorsnede schuif

kaart 6 : format (I5)

MAXDER : maximale orde van benadering bij de numerieke oplossing
(= 7 voor gebruiker)

kaart 7 : format (4E10.0), achtereenvolgens:

H,HMIN,HMAX,EPS

H : initiële tijdstap

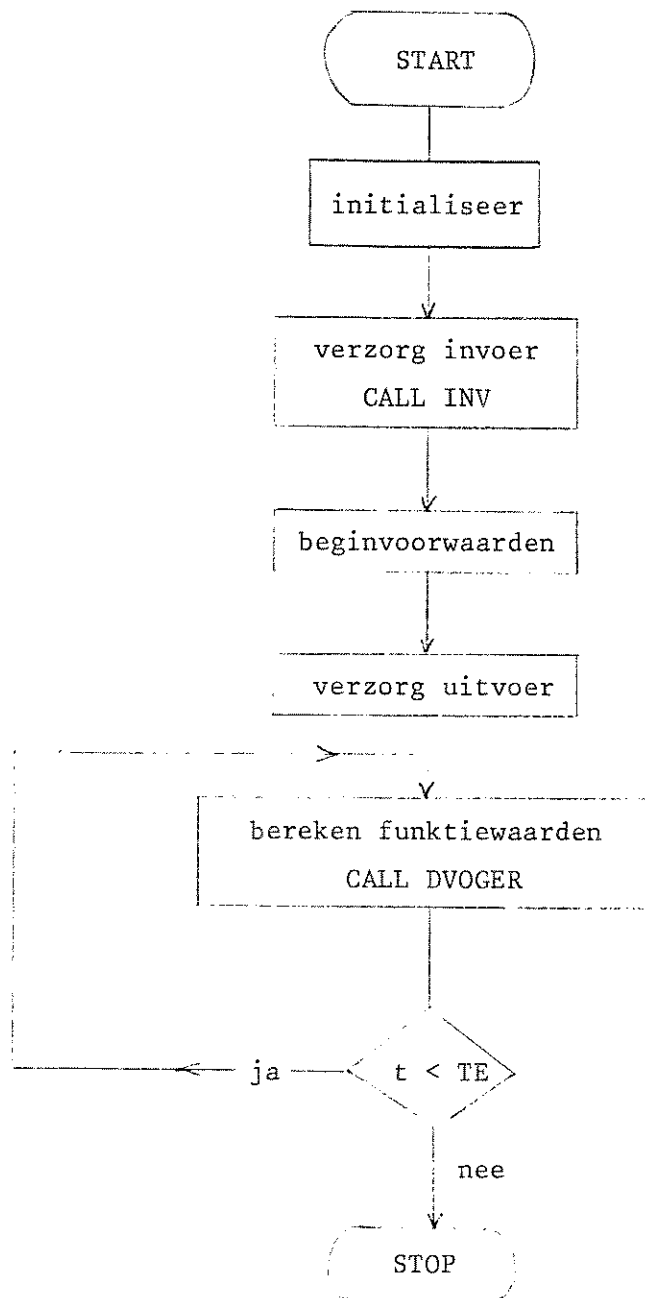
HMIN : minimale tijdstap

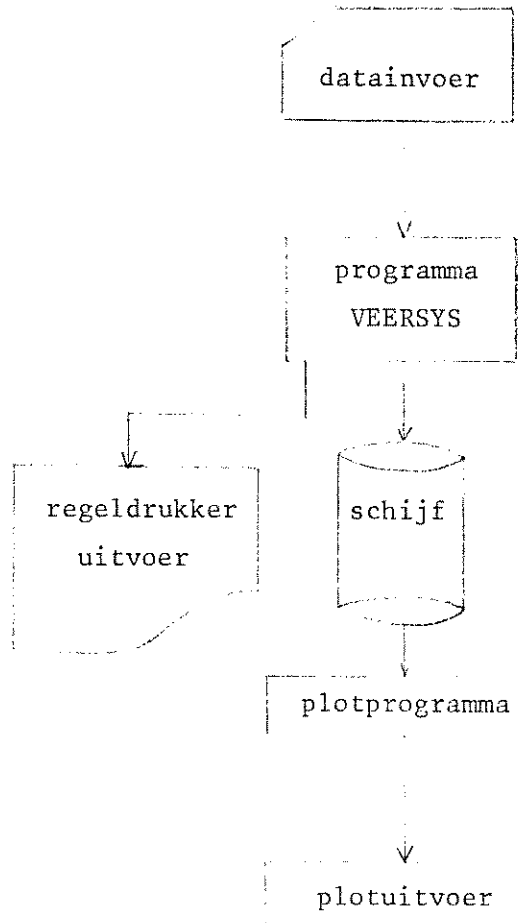
HMAX : maximale tijdstap

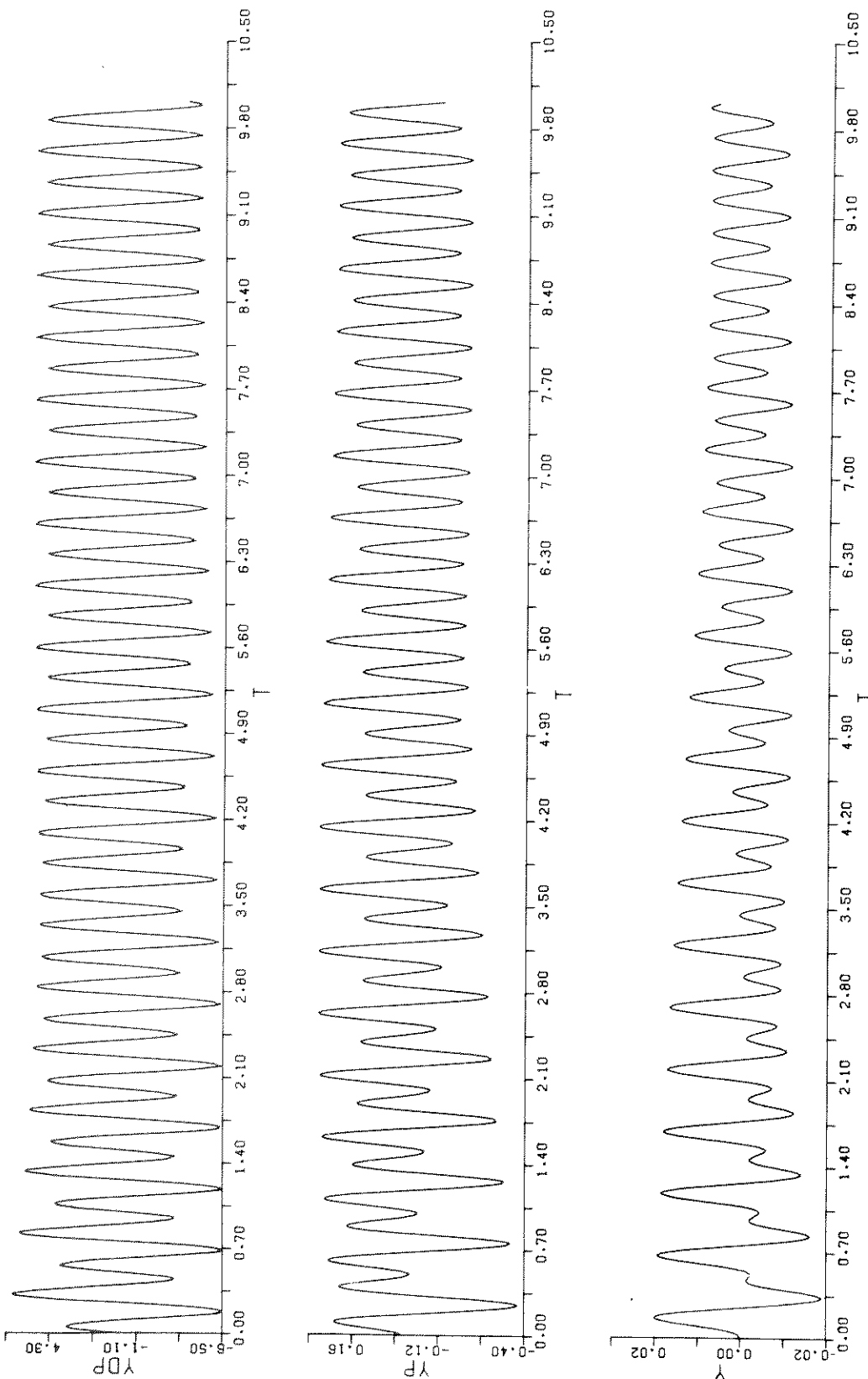
EPS : criterium voor de fout per stap

kaart 8 : format (F5.0)

TE : eindtijd numerieke berekening

Stroomschema programma VEERSYS

Systeemschema



Y VERPLAATSING EENDOORSNEDE SCHUIF (Y) IN [m]
 $\dot{Y}$ P SNELHEID EENDOORSNEDE SCHUIF (Y) IN [m/s]
 $\ddot{Y}$ TOP VERSNELLING EENDOORSNEDE SCHUIF (Y) IN [m/s²]



ÉÉNMASSAVEERSYSTEEM :

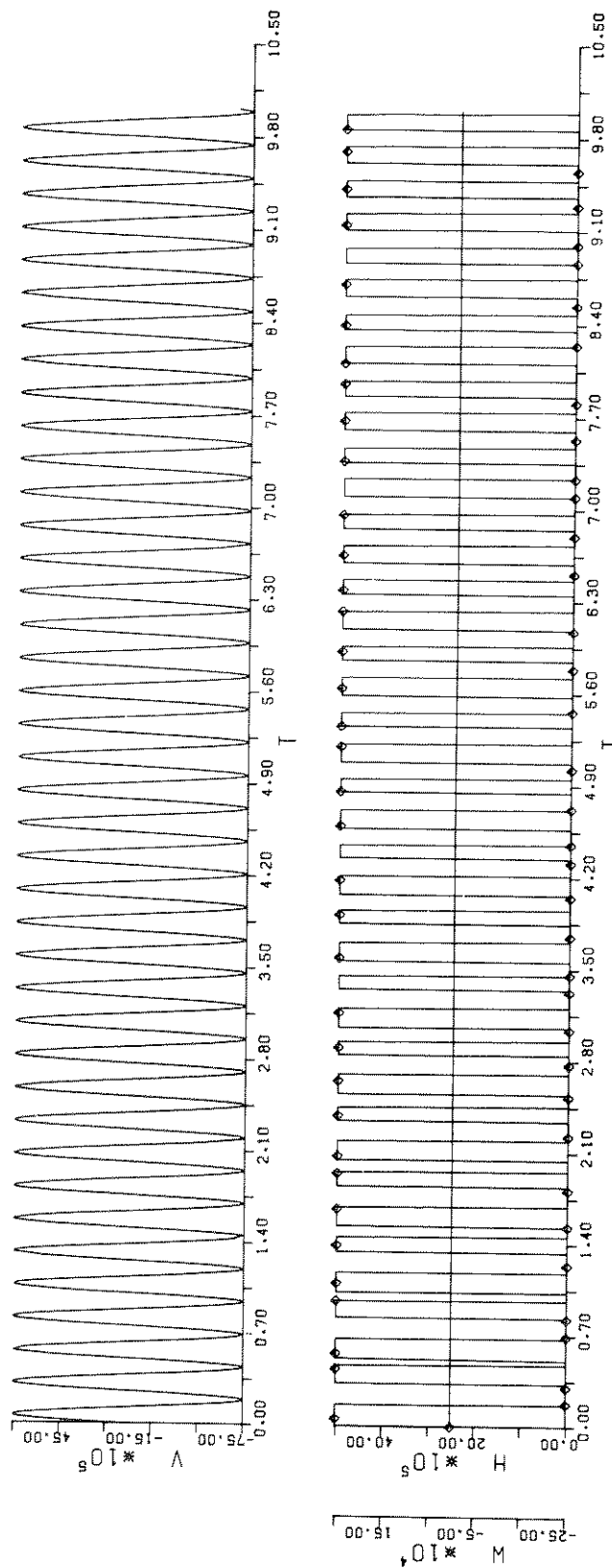
VOORBEELD VAN DE UITVOER VAN Y , $\dot{Y}$ EN $\ddot{Y}$

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

R 1280

FIG 1

A4

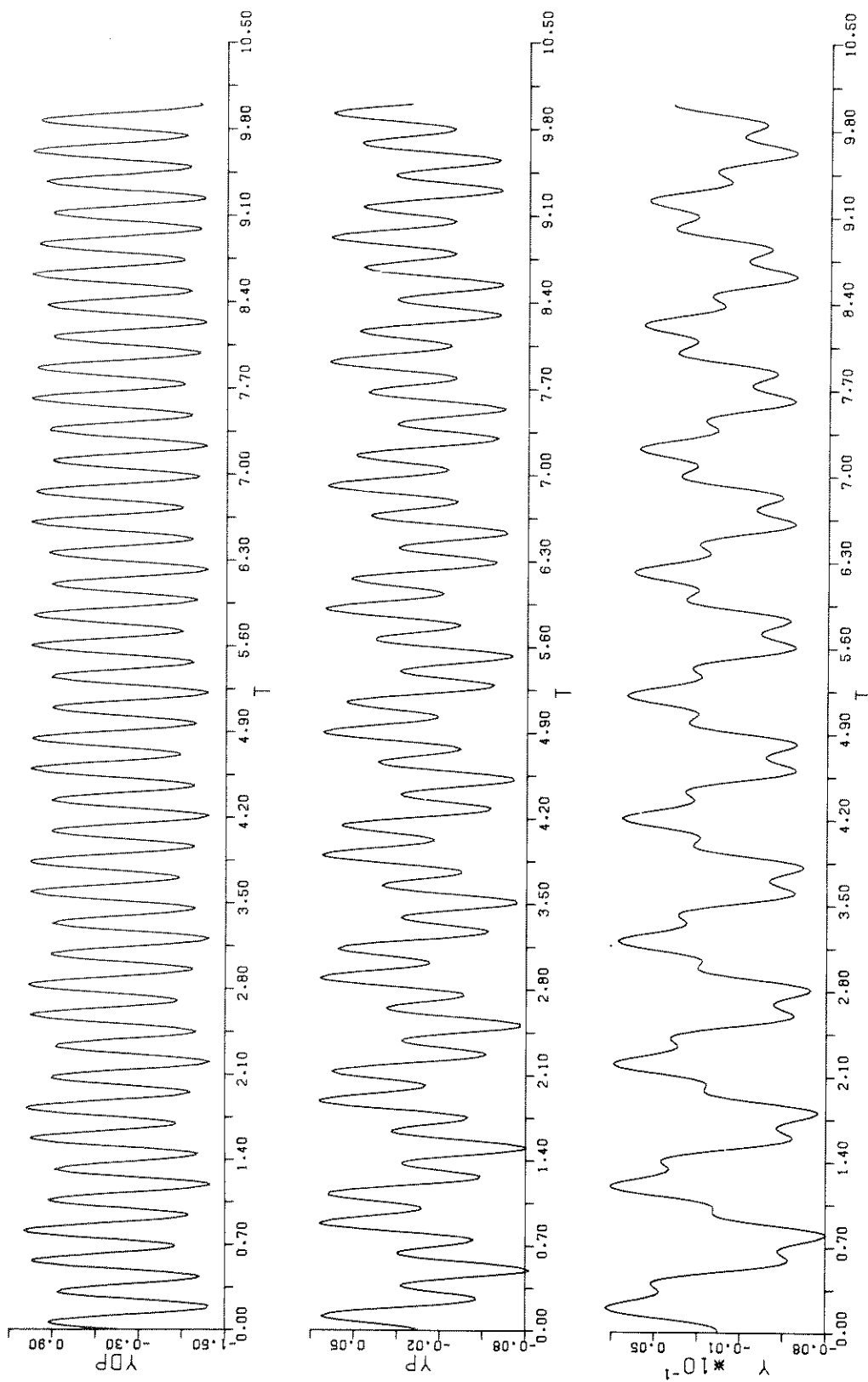


V VERTIKALE KRACHT IN [N]
 H HORIZONTALE KRACHT IN [N]
 W WOLVINGSKRACHT IN [N]

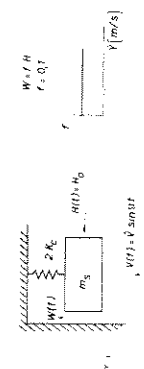
ÉÉNMASSAVEERSYSTEEM :

VOORBEELD VAN DE UITVOER VAN $V(t)$, $H(t)$, $W(t)$

A4



Y VERPLAATSING EENDOORSNEDE SCHUIF (Y) IN [m]
 $\dot{Y}$ SNELHEID EENDOORSNEDE SCHUIF (Y) IN [m/s]
 $\ddot{Y}$ VERSNELLING EENDOORSNEDE SCHUIF (Y) IN [m/s^2]



EEN MASSAVEERSYSTEEM

$$\frac{W}{\delta} = 0,01$$

$$\frac{\Omega}{\omega} = 4$$

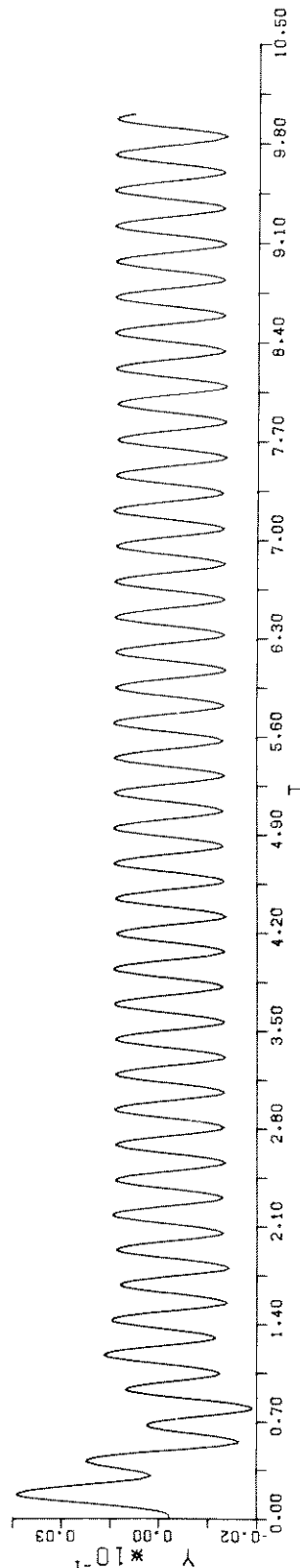
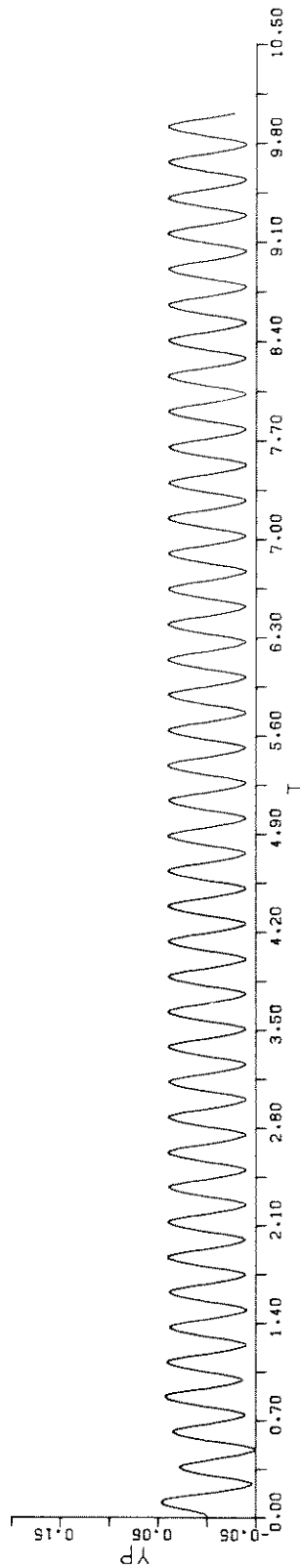
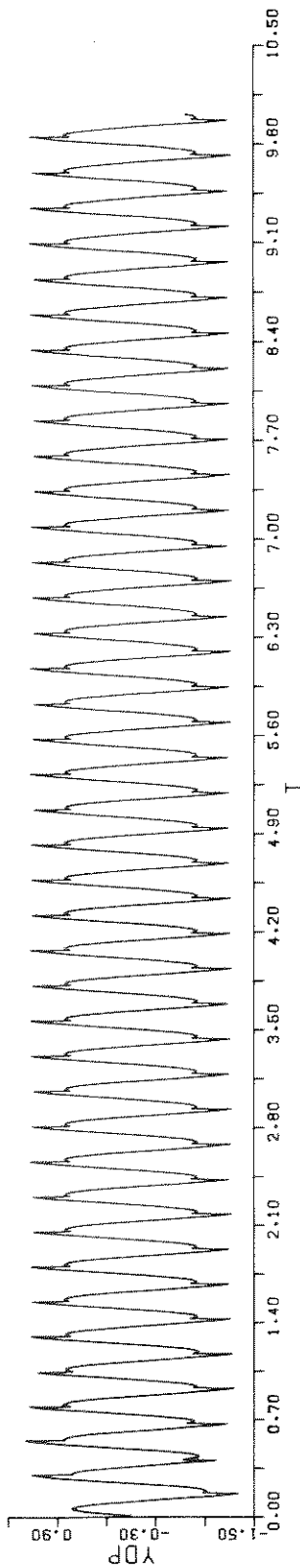
REKENGEVAL A 1

A4

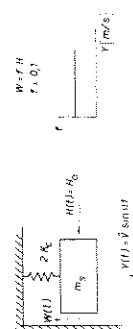
WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

R 1280

FIG 3



Y VERPLANTING EINGEDORSNEDE SCHUIF (Y) IN [m]
 Y-dot SNELHEID EINGEDORSNEDE SCHUIF (Y-dot) IN [m/s]
 Y-double-dot TOP VERSNELLING EINGEDORSNEDE SCHUIF (Y-double-dot) IN [m/s^2]



EENMASSAVEERSYSTEEM

$$\frac{W}{\hat{v}} = 0,25$$

$$\frac{\Omega}{\omega} = 4$$

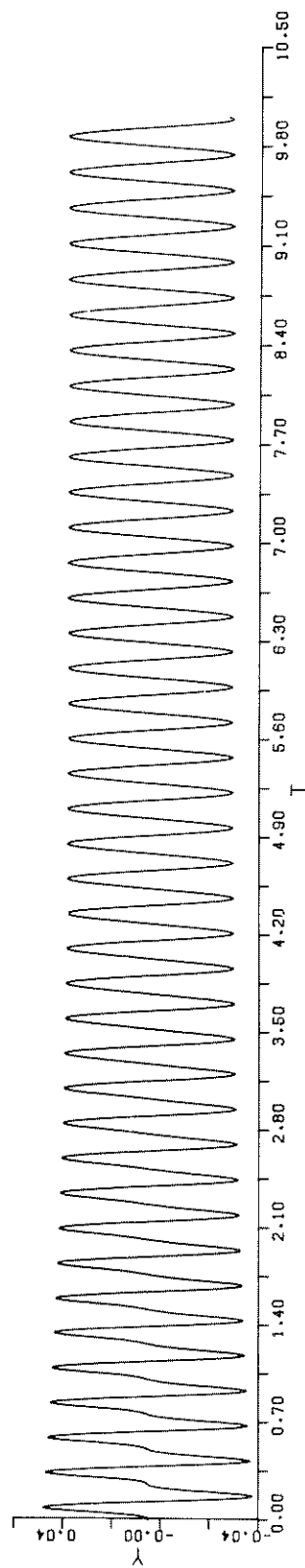
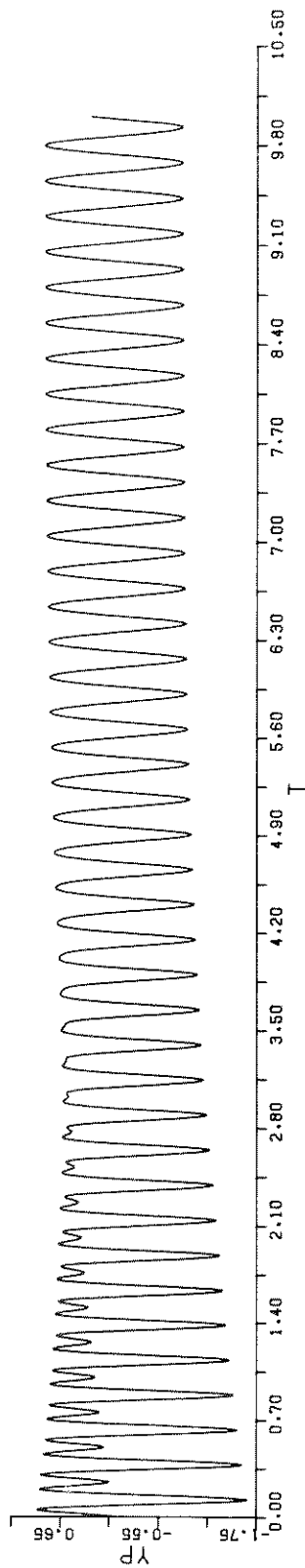
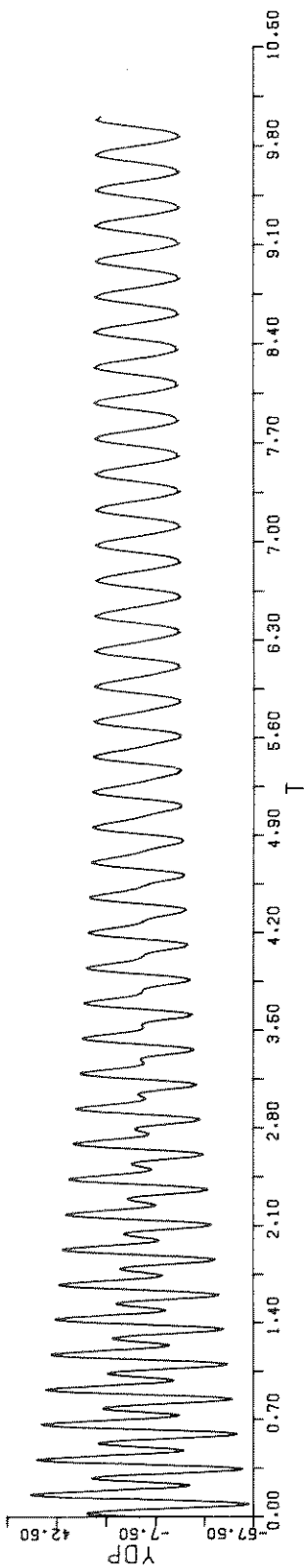
REKENGEVAL A 3

A4

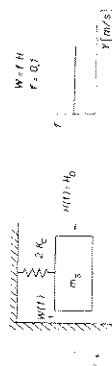
WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

R 1280

FIG 4



Y VERPLAASING EINDOORSMEDE SCHUIF (Y) IN [m];
 YP Snelheid EINDOORSMEDE SCHUIF (Y) IN [m/s];
 YDP VERSNELLING EINDOORSMEDE SCHUIF (Y) IN [m/s²];



EENMASSAVEER SYSTEEM

$$\frac{W}{\hat{V}} = 0,01$$

$$\frac{\Omega}{\omega} = 0,5$$

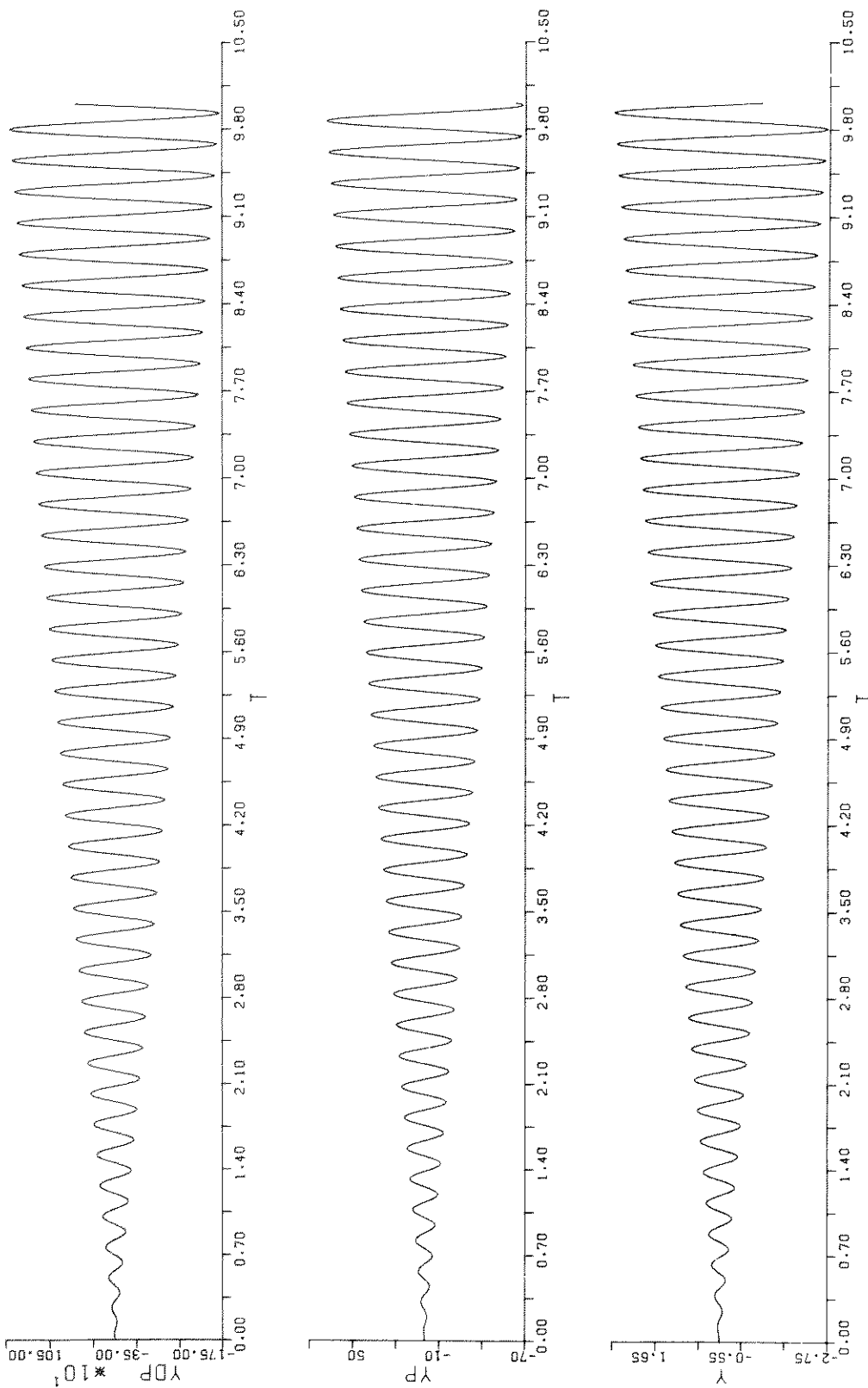
REKENGEVAL A 21

A4

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

R 1280

FIG 5



Y VERPLAATSING EINGEDRSENE SCHUUF (Y) IN [m]
 YP SNEEHEID EINGEDRSENE SCHUUF (Y) IN [m/s]
 YDP VERSNELLING EINGEDRSENE SCHUUF (Y) IN [m/s²]



EENMASSAVEERSYSTEEM

$$\frac{W}{\lambda} = 0,01$$

$$\frac{\Omega}{\omega} = 1$$

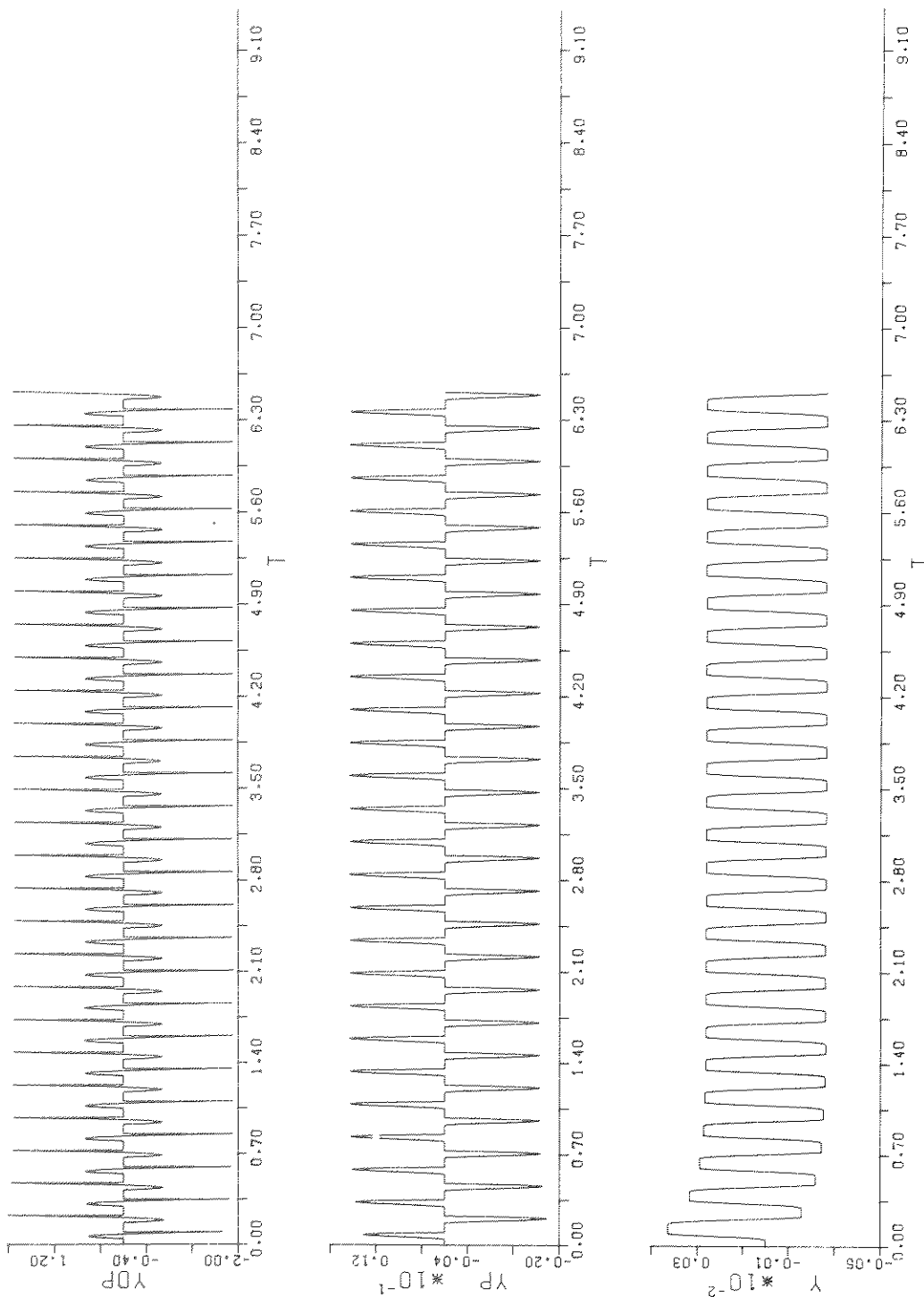
REKENGEVAL A16

A4

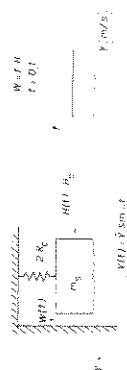
WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

R 1280

FIG 6



Y VERPLAATSING EINDOORENDE SCHUIF (Y) IN [m]
 YP SNEELHEID EINDOORENDE SCHUIF (Y) IN [m/s]
 YDP VERSNELLING EINDOORENDE SCHUIF (Y) IN [m/s²]



EENMASSAVEERSYSTEEM

$$\frac{W}{\sqrt{}} = 0,9$$

$$\frac{\Omega}{\omega} = 1,6$$

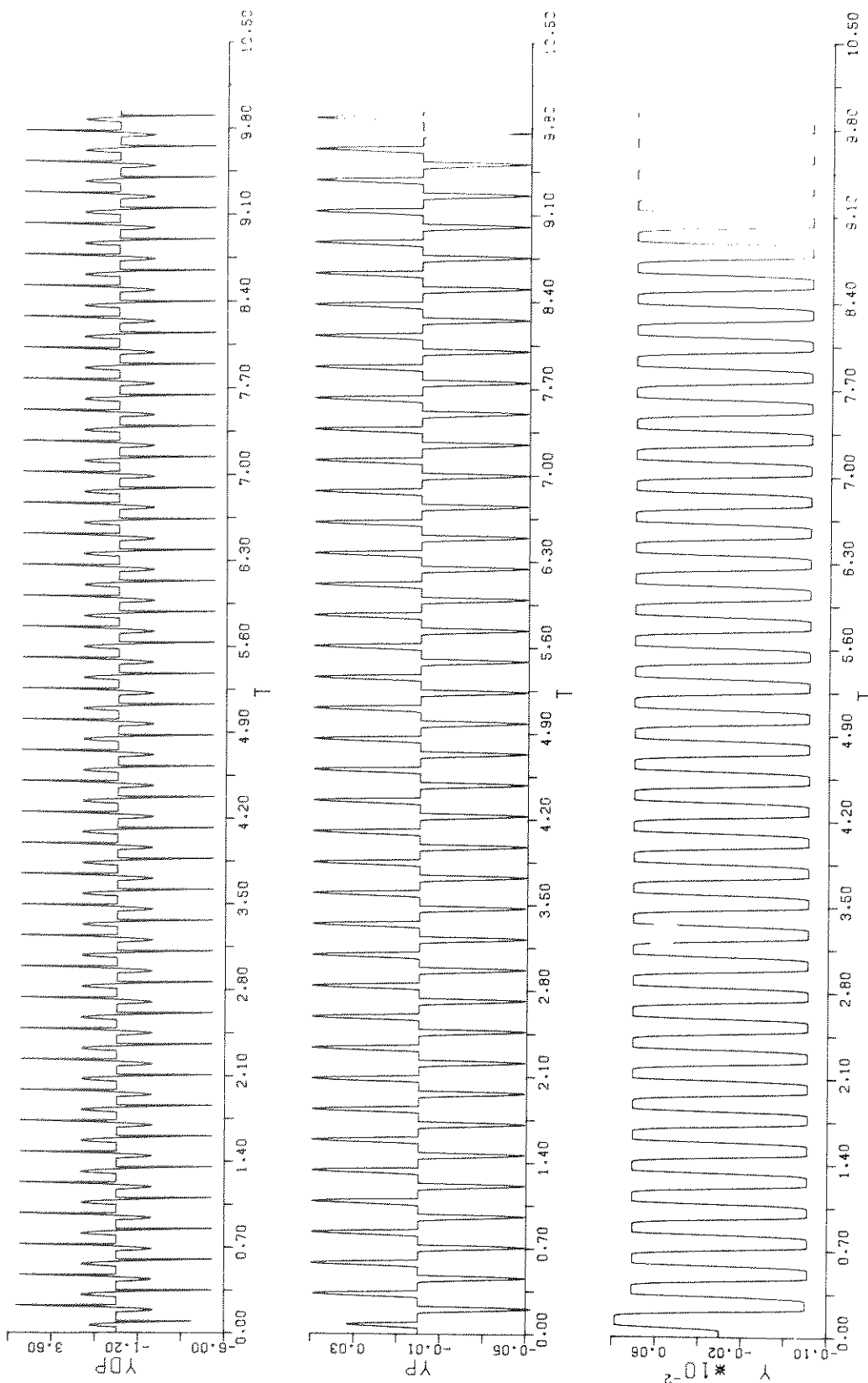
REKENGEVAL A15

A4

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

R 1280

FIG 7



Y VERPLAATSING EINGEDRONGENE SCHUIF (Y) IN [m]
 $\dot{Y}$ SNEKHEID EINGEDRONGENE SCHUIF (Y) IN [m/s]
 $\ddot{Y}$ VERSNELLING EINGEDRONGENE SCHUIF (Y) IN [m/s²]

EENMASSAVEERSYSTEEM

$$\frac{W}{\rho} = 0,9$$

$$\frac{\Omega}{\omega} = 1$$

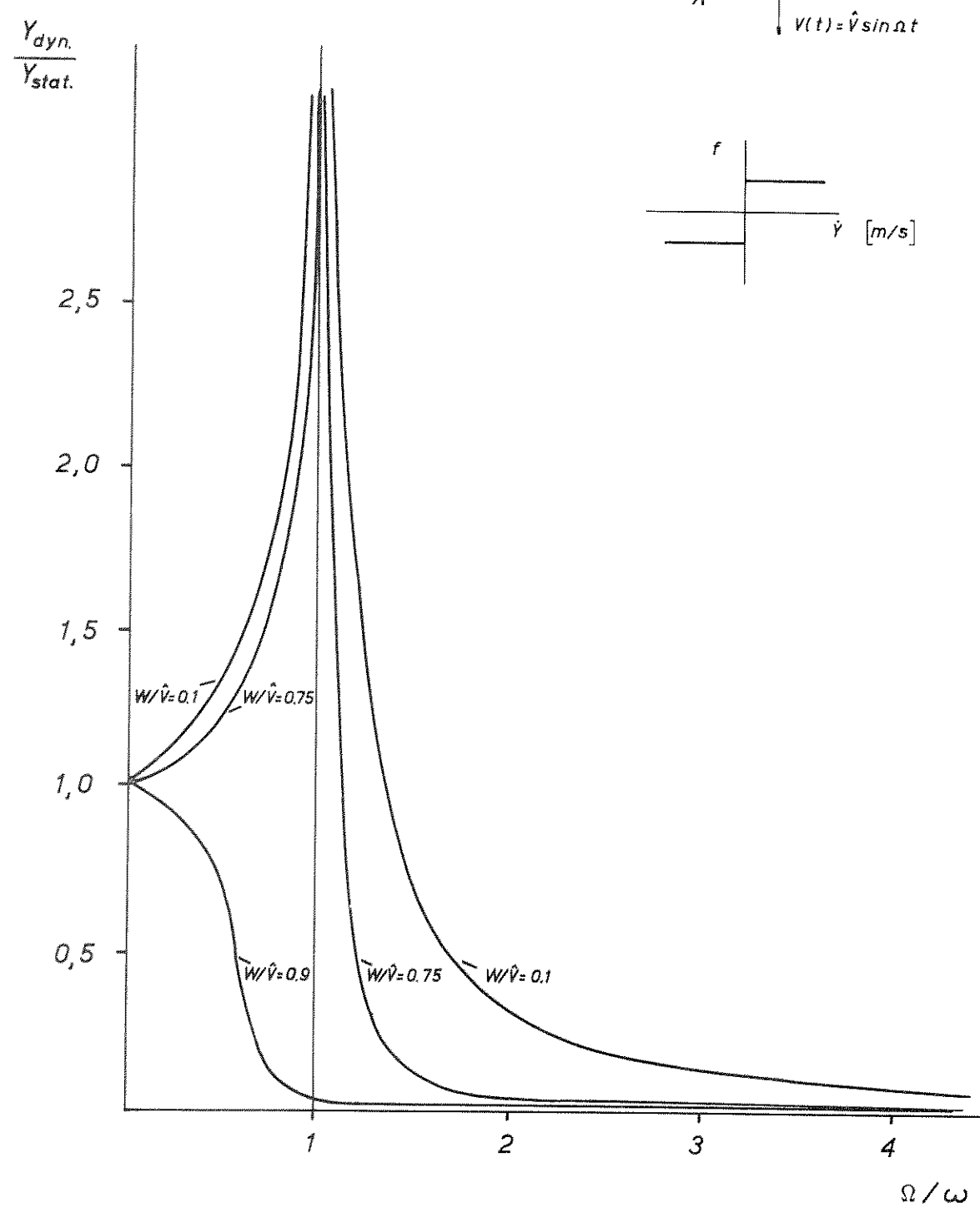
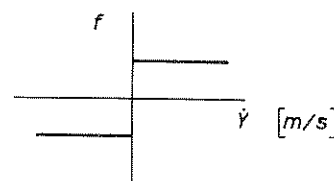
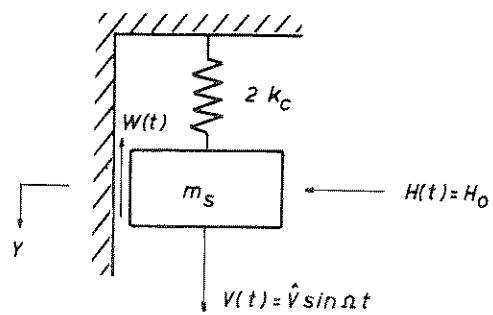
REKENGEVAL A 20

A4

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

R 1280

FIG 8



EENMASSAVEERSYSTEEM :

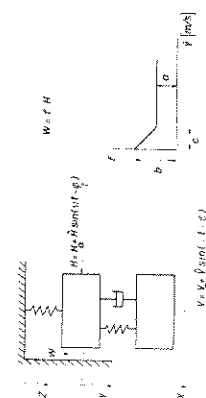
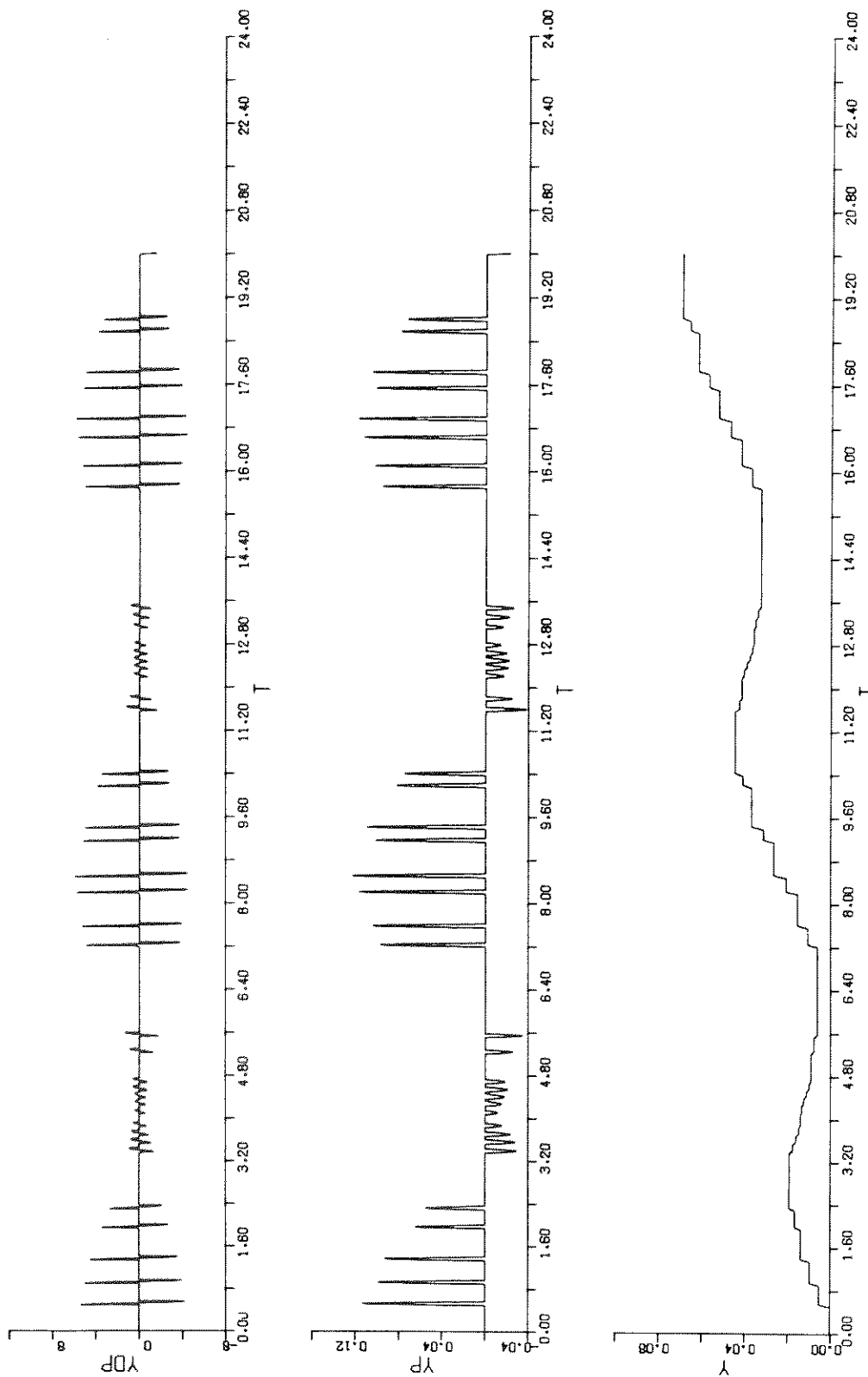
$\frac{Y_{dyn}}{Y_{stat}}$ ALS FUNKTIE VAN $\frac{W}{\hat{v}}$ EN $\frac{\Omega}{\omega}$

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

R 1280

FIG 9

A4



TWEEMASSAVEERSYSTEEM :

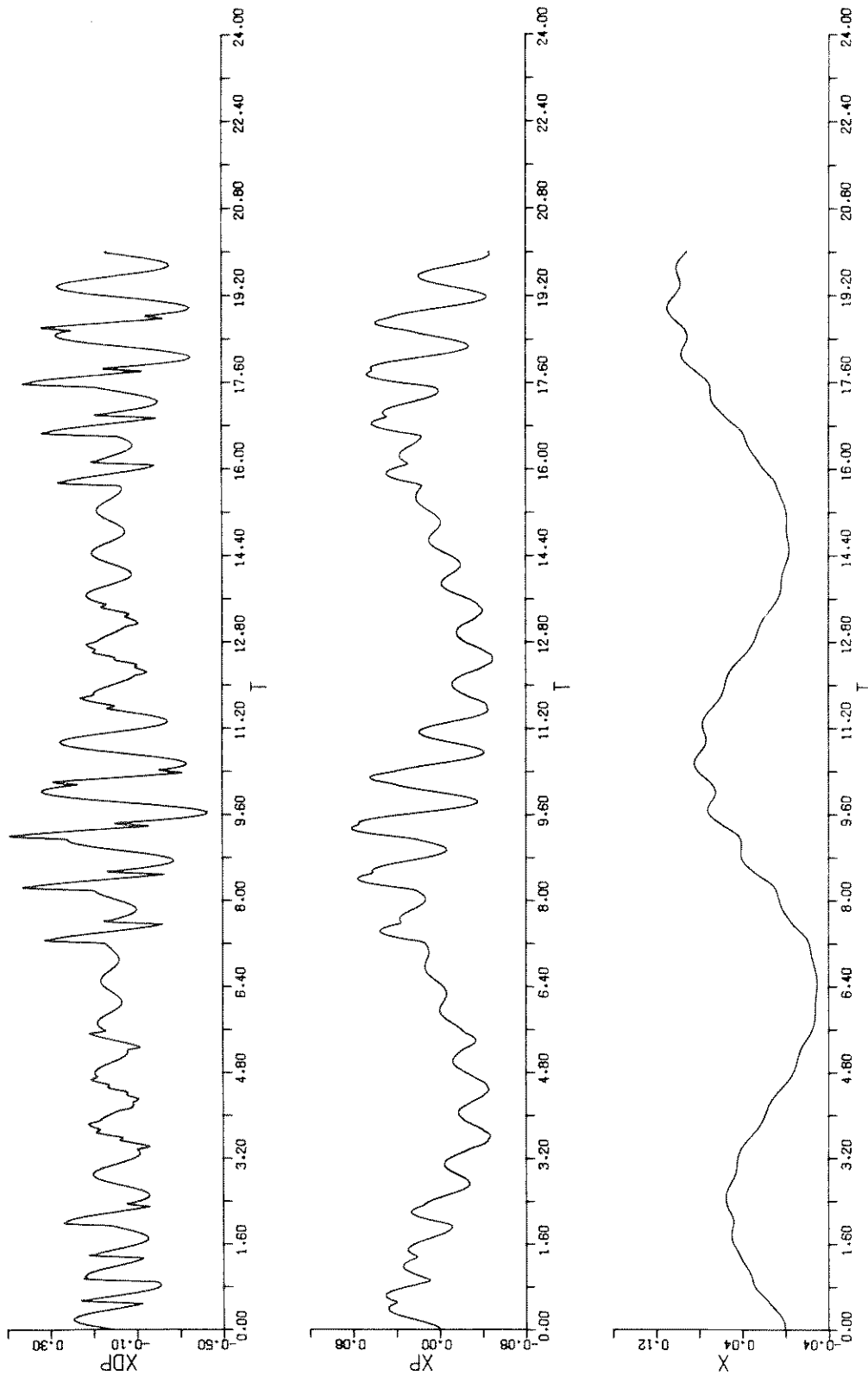
VOORBEELD VAN DE UITVOER VAN Y , $\dot{Y}$ EN $\ddot{Y}$

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

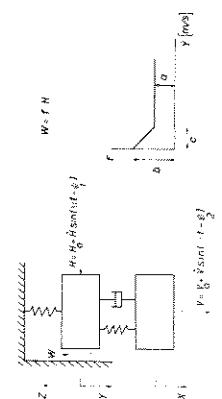
R 1280

FIG 10

A4



X VERPLAATSING MIDDENDORSNEDE SCHUIF (X) IN [m]
 XP SNEELHEID MIDDENDORSNEDE SCHUIF (X) IN [m/s]
 XDP VERSNELLING MIDDENDORSNEDE SCHUIF (X) IN [m/s²]



TWEEMASSAVEERSYSTEEM :

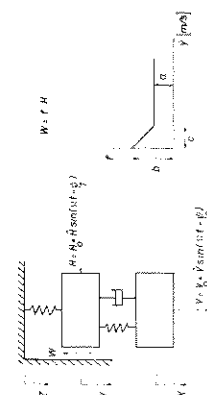
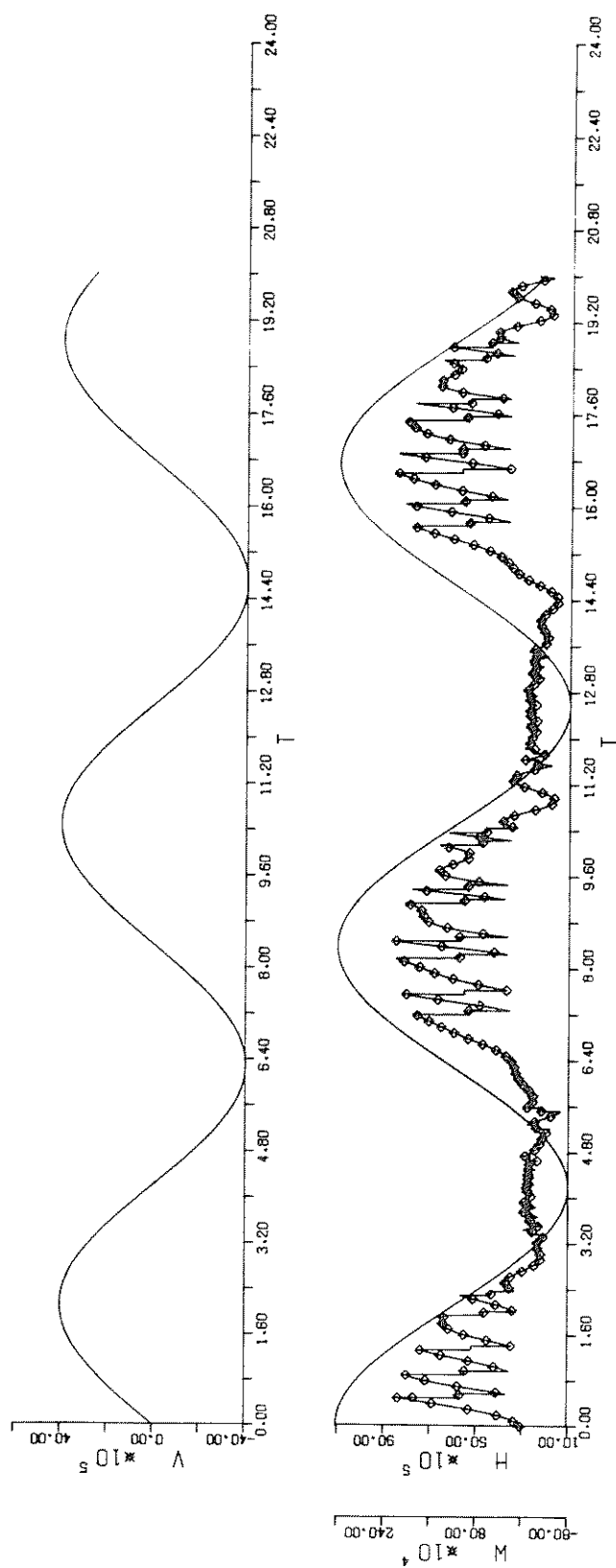
VOORBEELD VAN DE UITVOER VAN X , $\dot{X}$ EN $\ddot{X}$

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

R 1280

FIG 11

A4



V VERTIKALE KRACHT IN [N]
H HORIZONTALE KRACHT IN [N]
W WOLVINGSKRACHT IN [N]

TWEEMASSAVEERSYSTEEM :

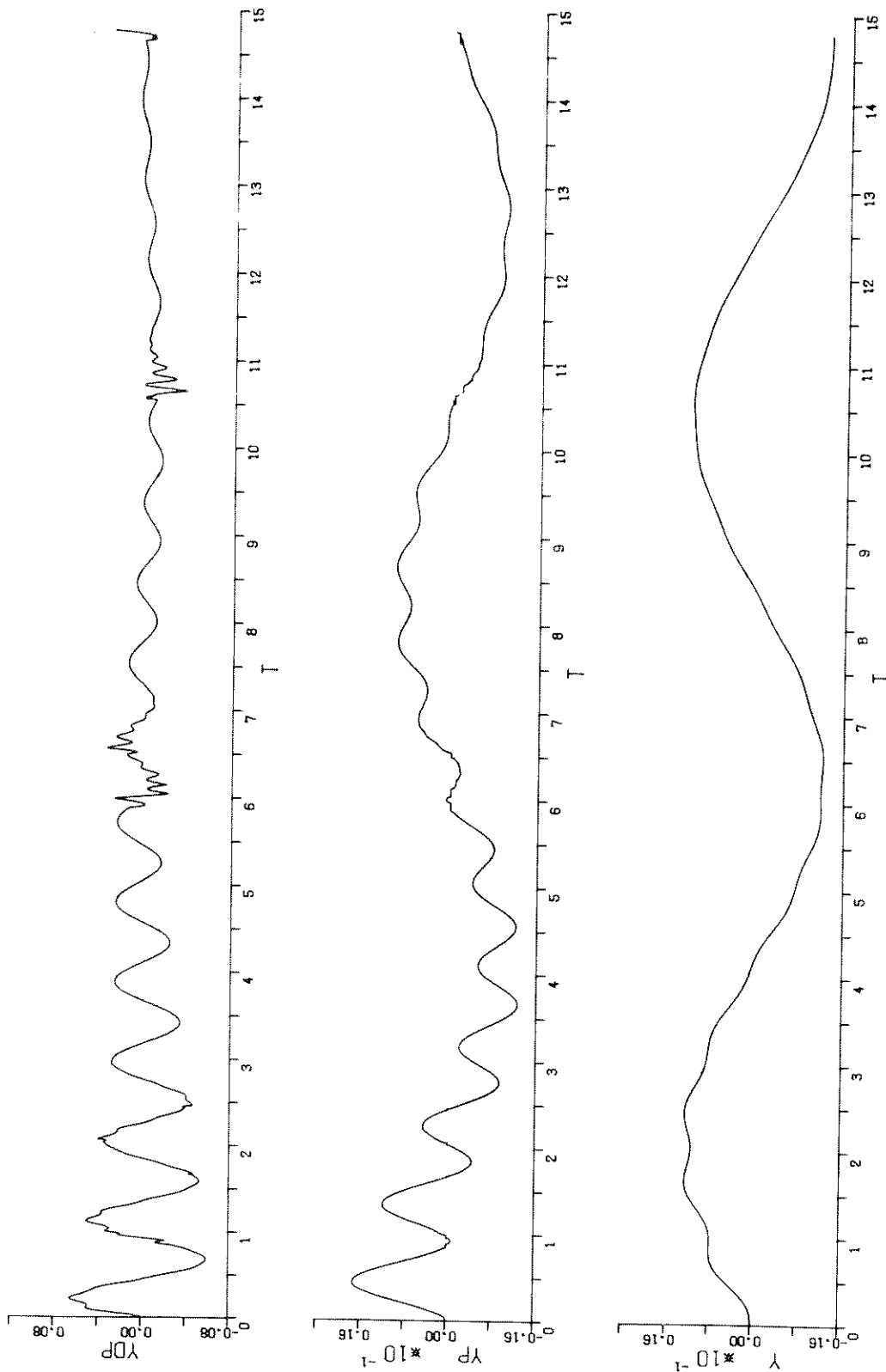
VOORBEELD VAN DE UITVOER VAN $V(t)$, $H(t)$, $W(t)$

WATÉRLOOPKUNDIG LABORATORIUM

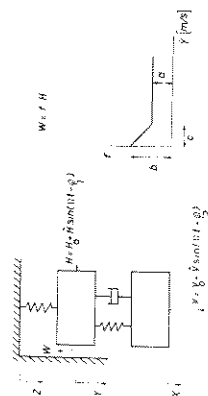
R 1280

FIG 12

A4



Y VERPLAATSING EINDDOORSNEDE SCHUIF (Y) IN [m]
 $\dot{Y}$ SNEELHEID EINDDOORSNEDE SCHUIF (Y) IN [m/s]
 $\ddot{Y}$ VERSNELLING EINDDOORSNEDE SCHUIF (Y) IN [m/s²]



TWEEMASSAVEERSYSTEEM: BELASTING DOOR GOLVEN

REKENGEVAL B 1

$a = 0$

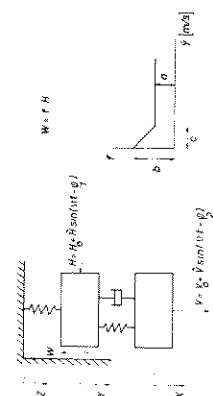
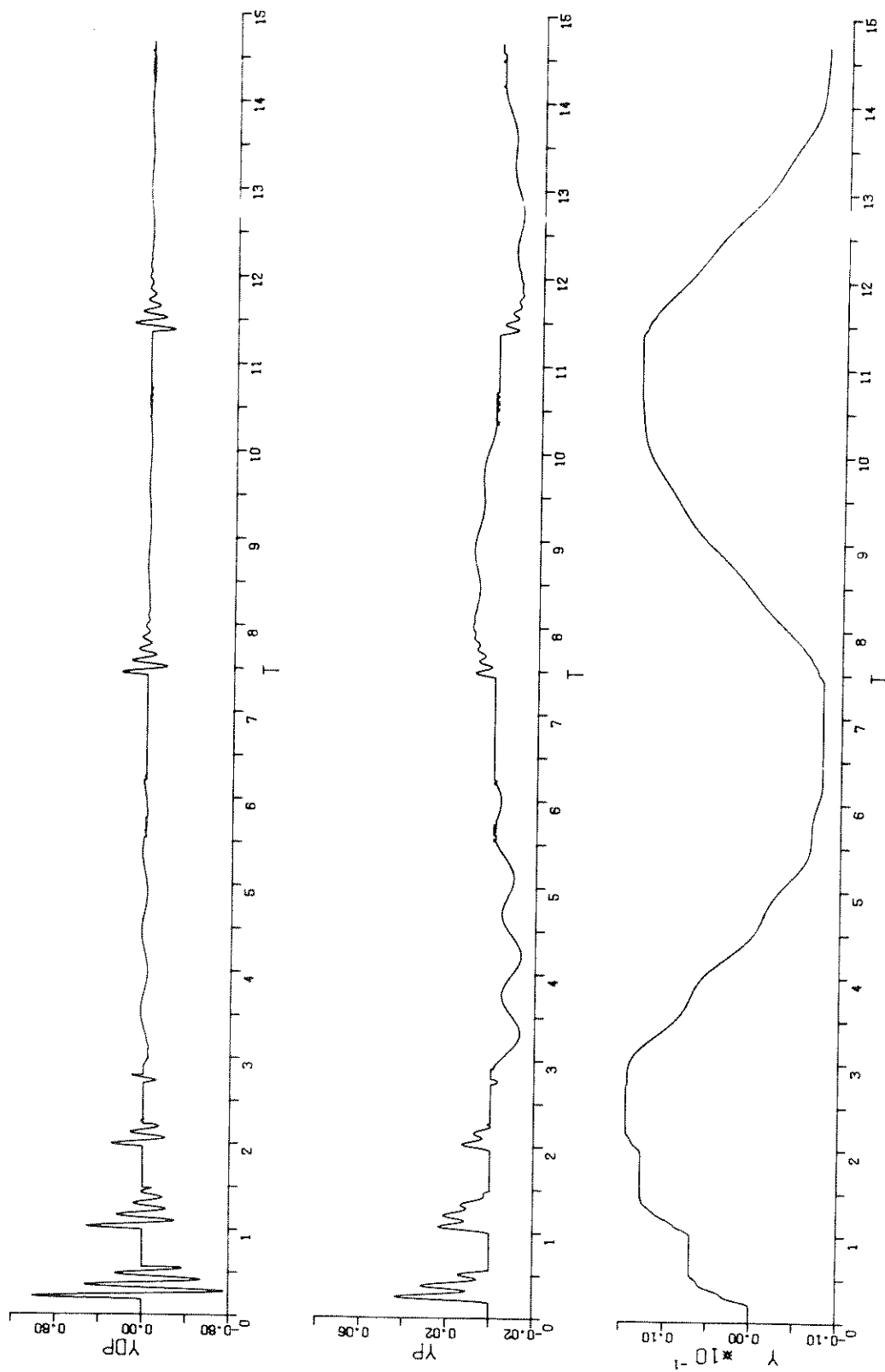
$b = 0$

A4

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

R 1280

FIG 13



TWEEMASSAVEERSYSTEEM: BELASTING DOOR GOLVEN

REKENGEVAL B 2

$a = 0,1$

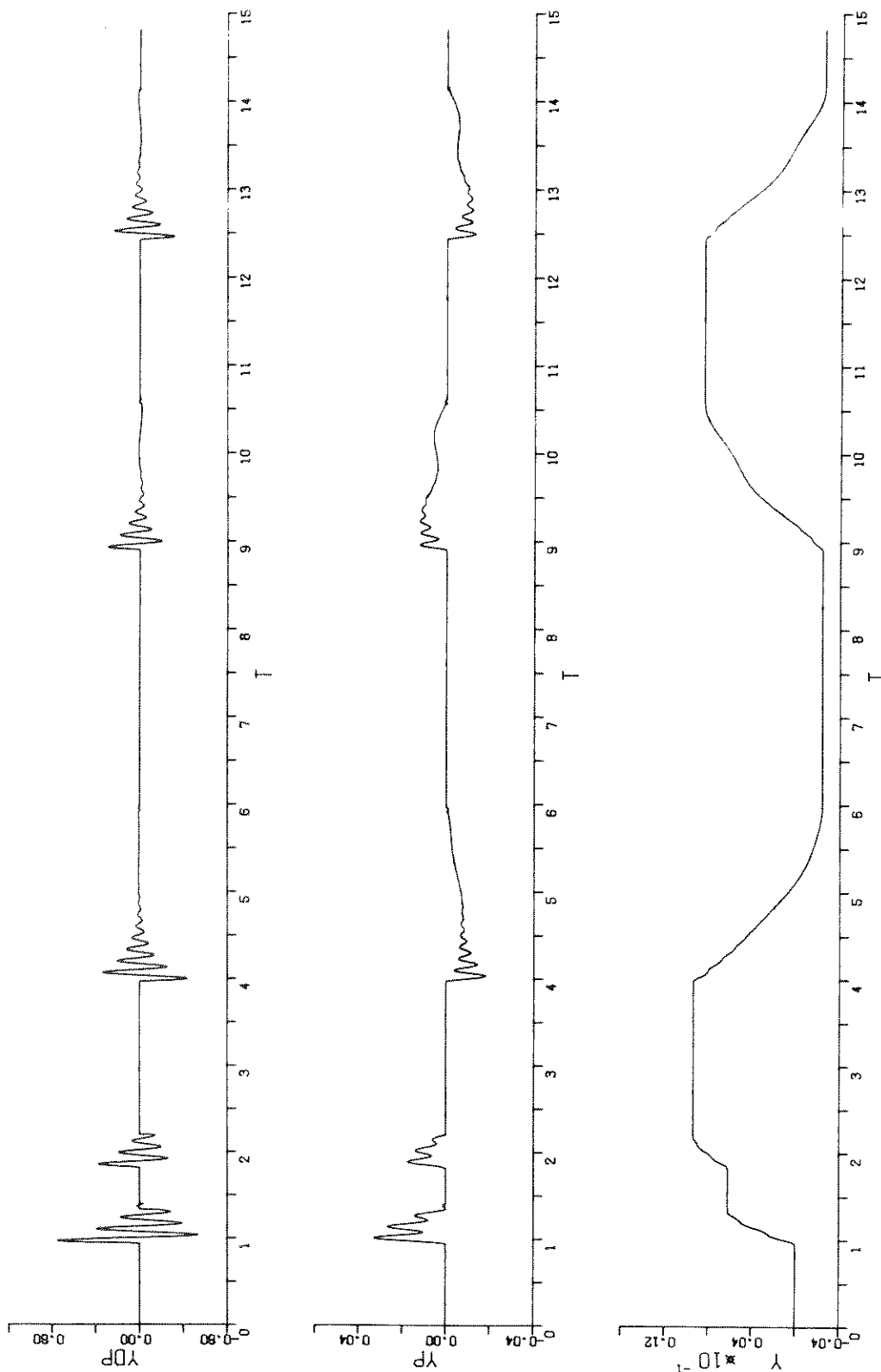
$b = 0,1$

A4

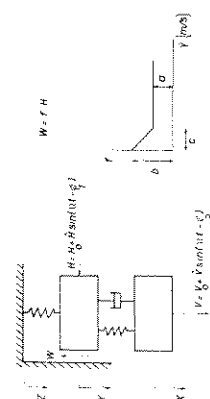
WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

R 1280

FIG 14



Y VERPLATING EINDOORSNEDE SCHUIF (Y) IN [m]
 YP SNELHEID EINDOORSNEDE SCHUIF (Y) IN [m/s]
 YDP VERSNELLING EINDOORSNEDE SCHUIF (Y) IN [m/s²]



TWEEMASSAVEERSYSTEEM: BELASTING DOOR GOLVEN

REKENGEVAL B 4

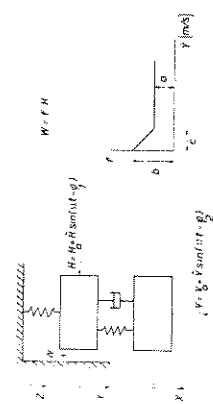
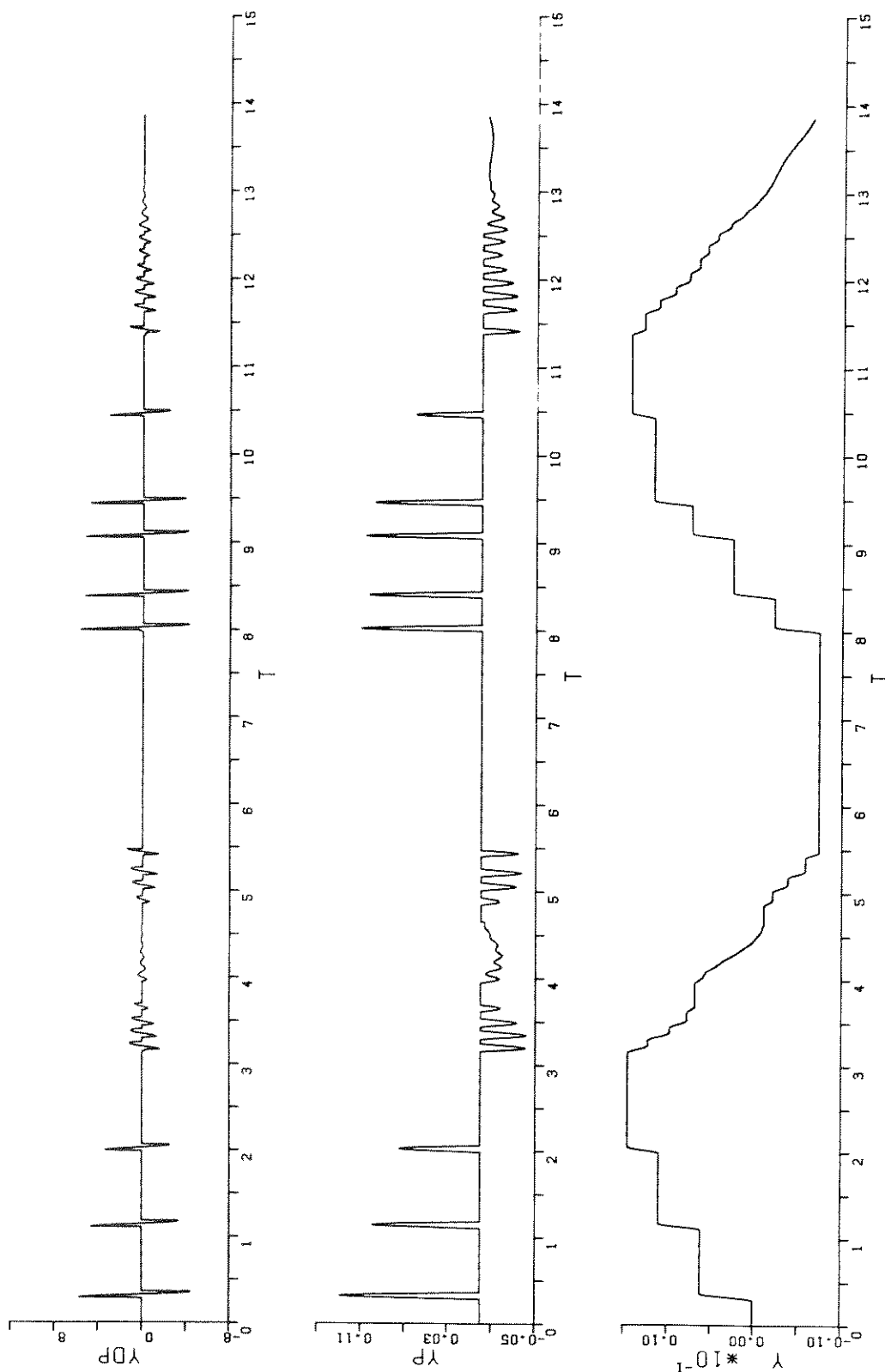
$a = 0,2$ $b = 0,2$

A4

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

R 1280

FIG 15



TWEEMASSAVEERSYSTEEM : BELASTING DOOR GOLVEN

REKENGEVAL B 5

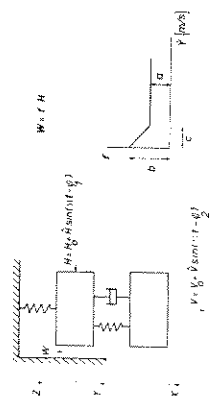
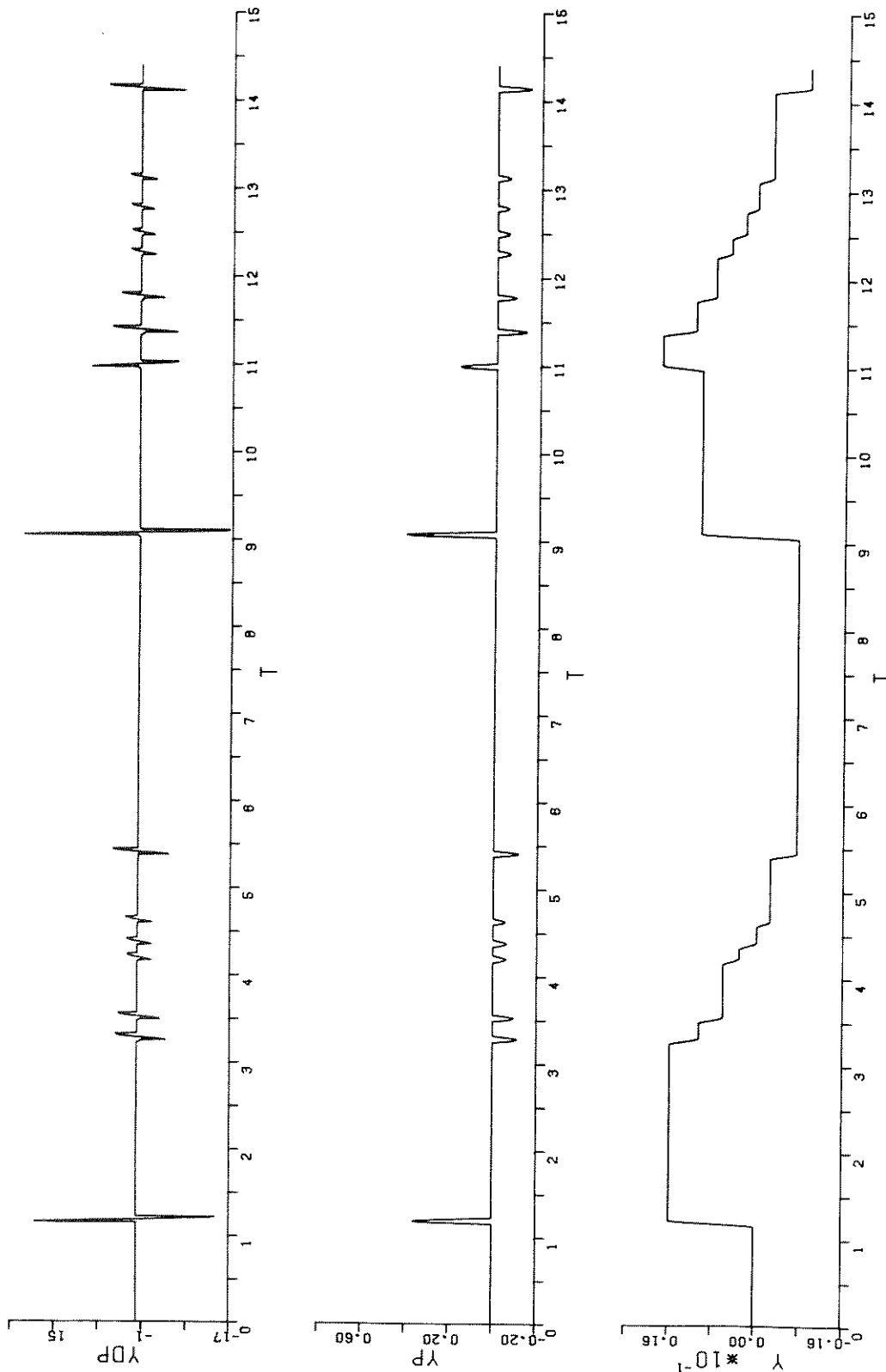
$a = 0,1$ $b = 0,2$

A4

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

R 1280

FIG 16



Y VERPLAASING EINDDOORSNEDE SCHUIF (Y) IN [m]
 YP SNEELHEID EINDDOORSNEDE SCHUIF (Y) IN [m/s]
 YPP VERSNELLING EINDDOORSNEDE SCHUIF (Y) IN [m/s²]

TWEEMASSAVEERSYSTEEM: BELASTING DOOR GOLVEN

REKENGEVAL B 8

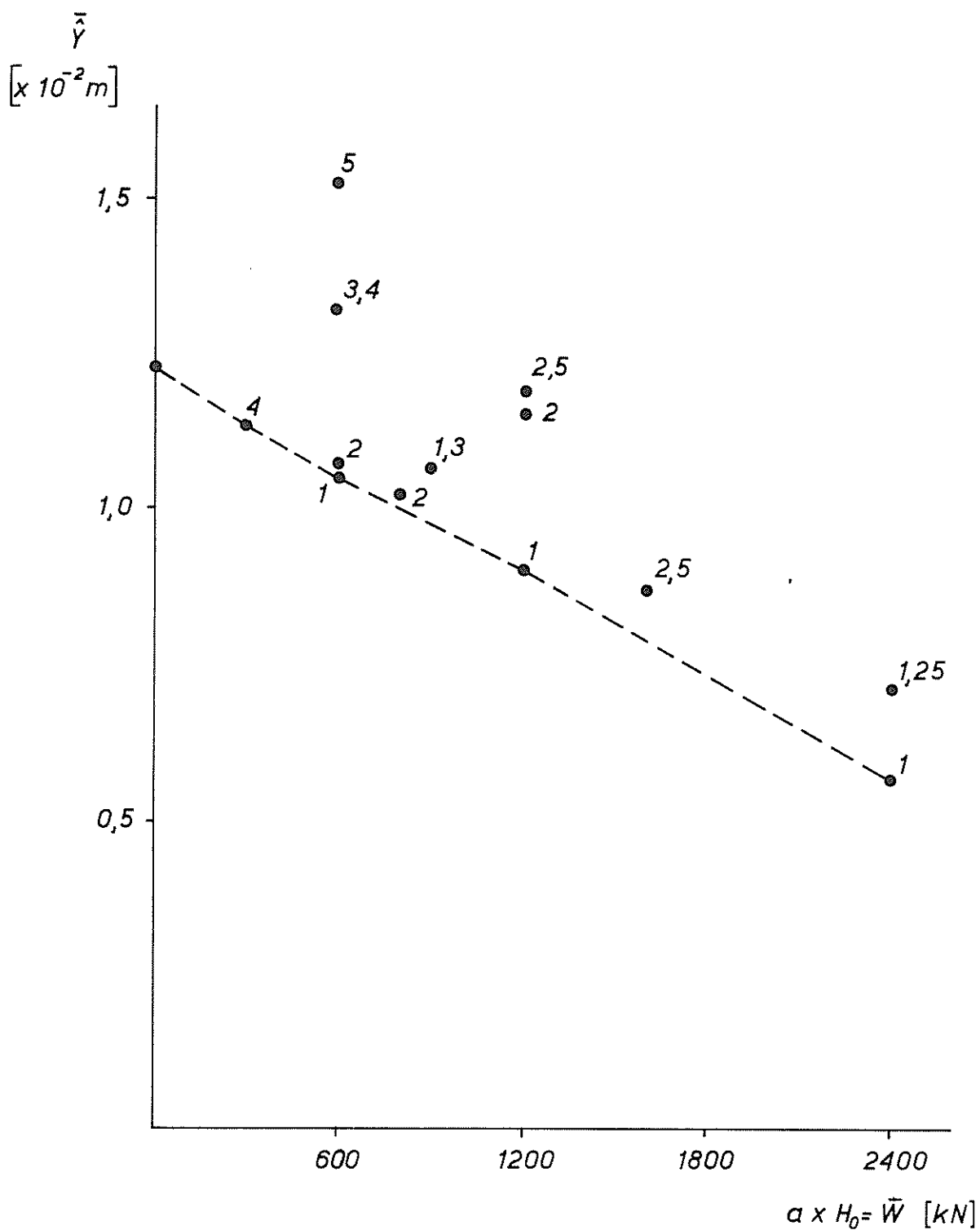
$a = 0,1$ $b = 0,5$

A4

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

R 1280

FIG 17



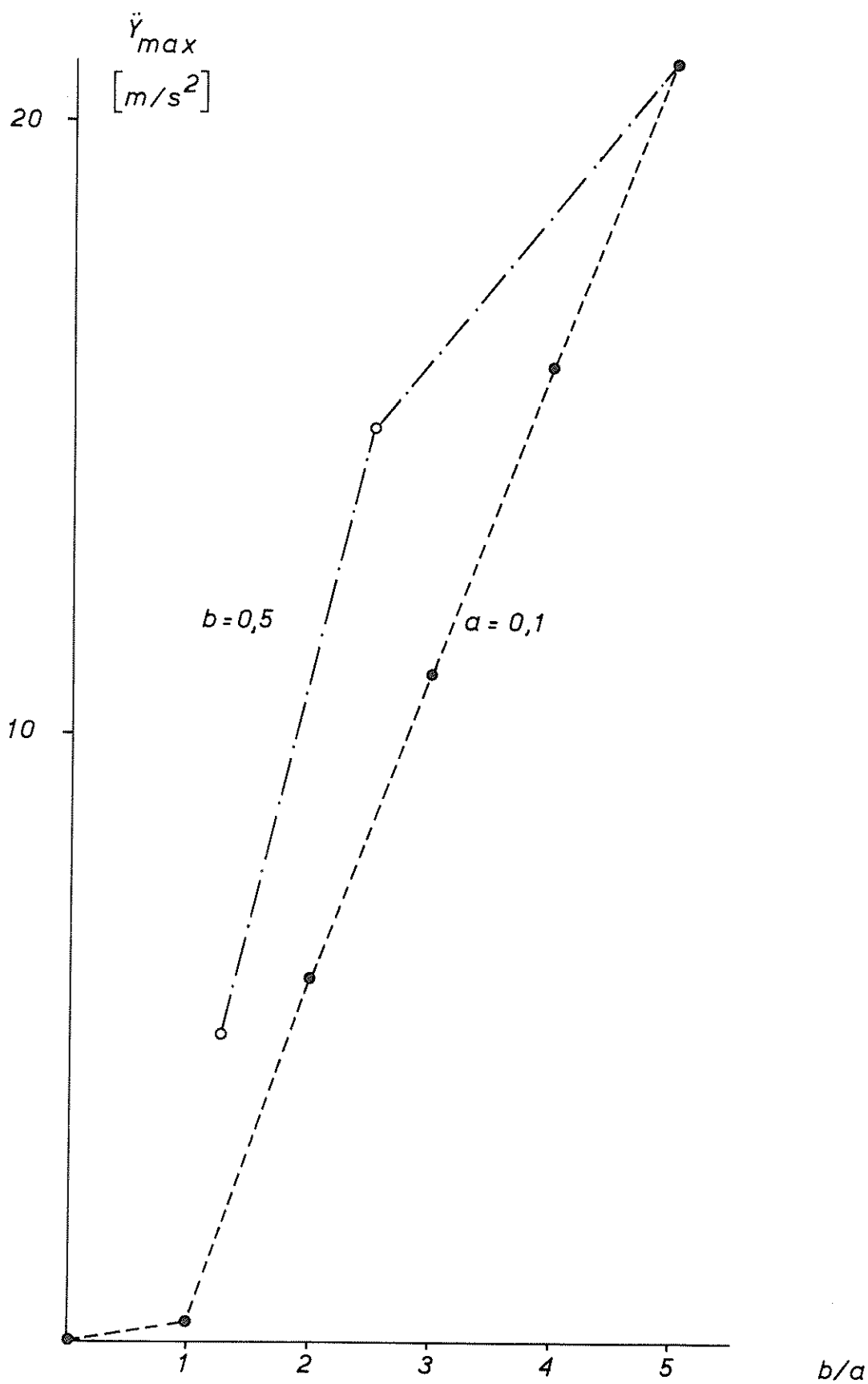
GEMIDDELDE AMPLITUDE $\bar{Y}$ ALS FUNKTIE
VAN DE GEMIDDELDE WRIJVINGSKRACHT
VOOR ENKELE VERHOUDINGEN VAN b/a

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

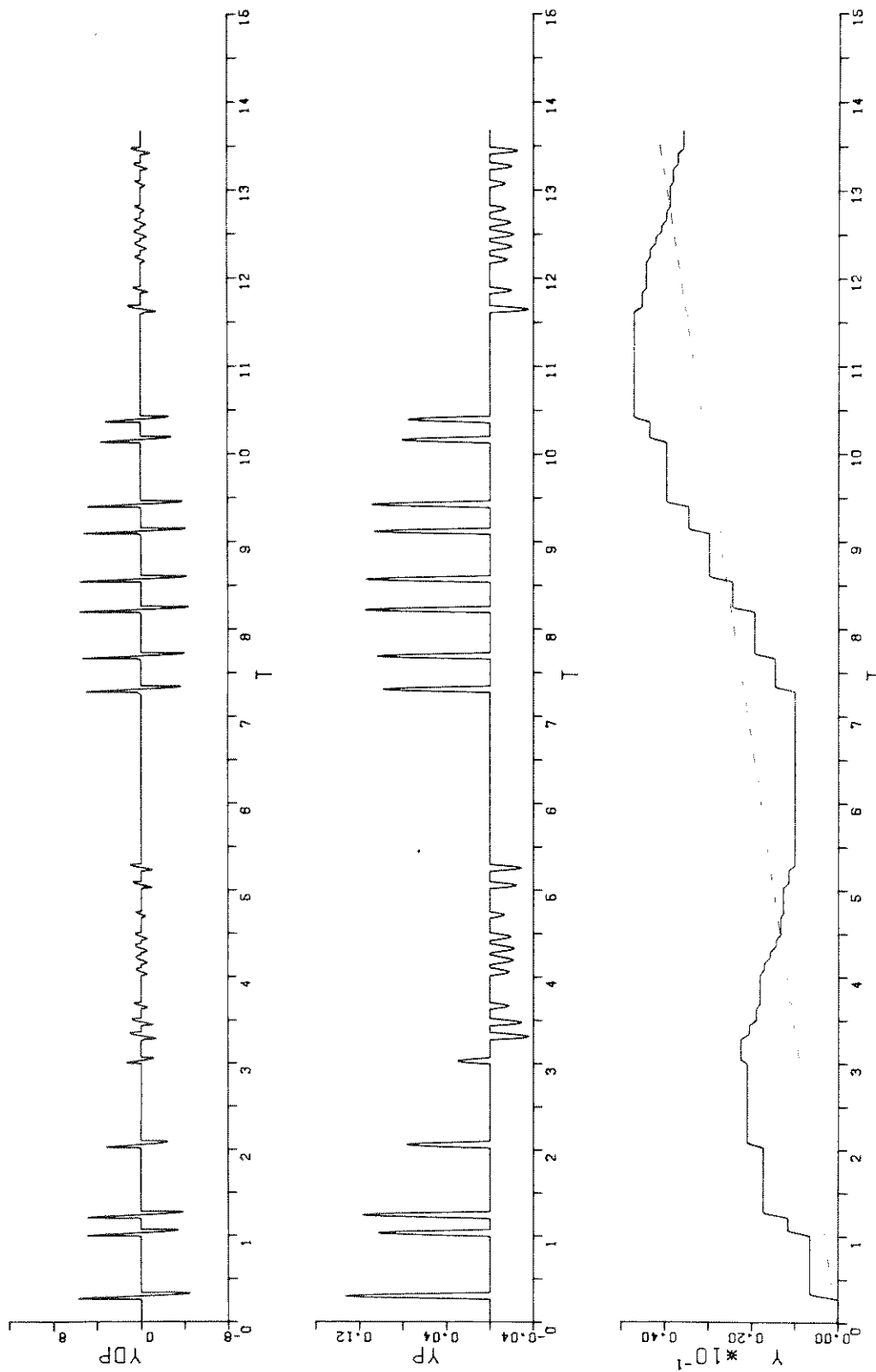
R 1280

FIG 18

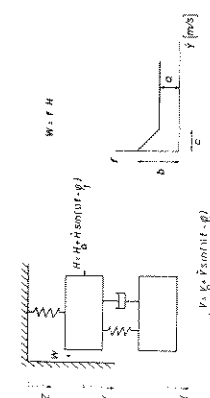
A4



MAXIMALE VERSNELLING ALS FUNKTIE VAN
HET QUOTIËNT VAN MAXIMALE EN GEMIDDELTE
WRIJVINGSKRACHT (b/a)



Y VERPLAATSING EINDOORSNEDE SCHUIF (Y) IN [m]
 YP SNELHEID EINDOORSNEDE SCHUIF (Y) IN [m/s]
 YDP VERSNELLING EINDOORSNEDE SCHUIF (Y) IN [m/s²]



TWEEMASSAVEERSYSTEEM: BELASTING DOOR GOLVEN

REKENGEVAL B 22

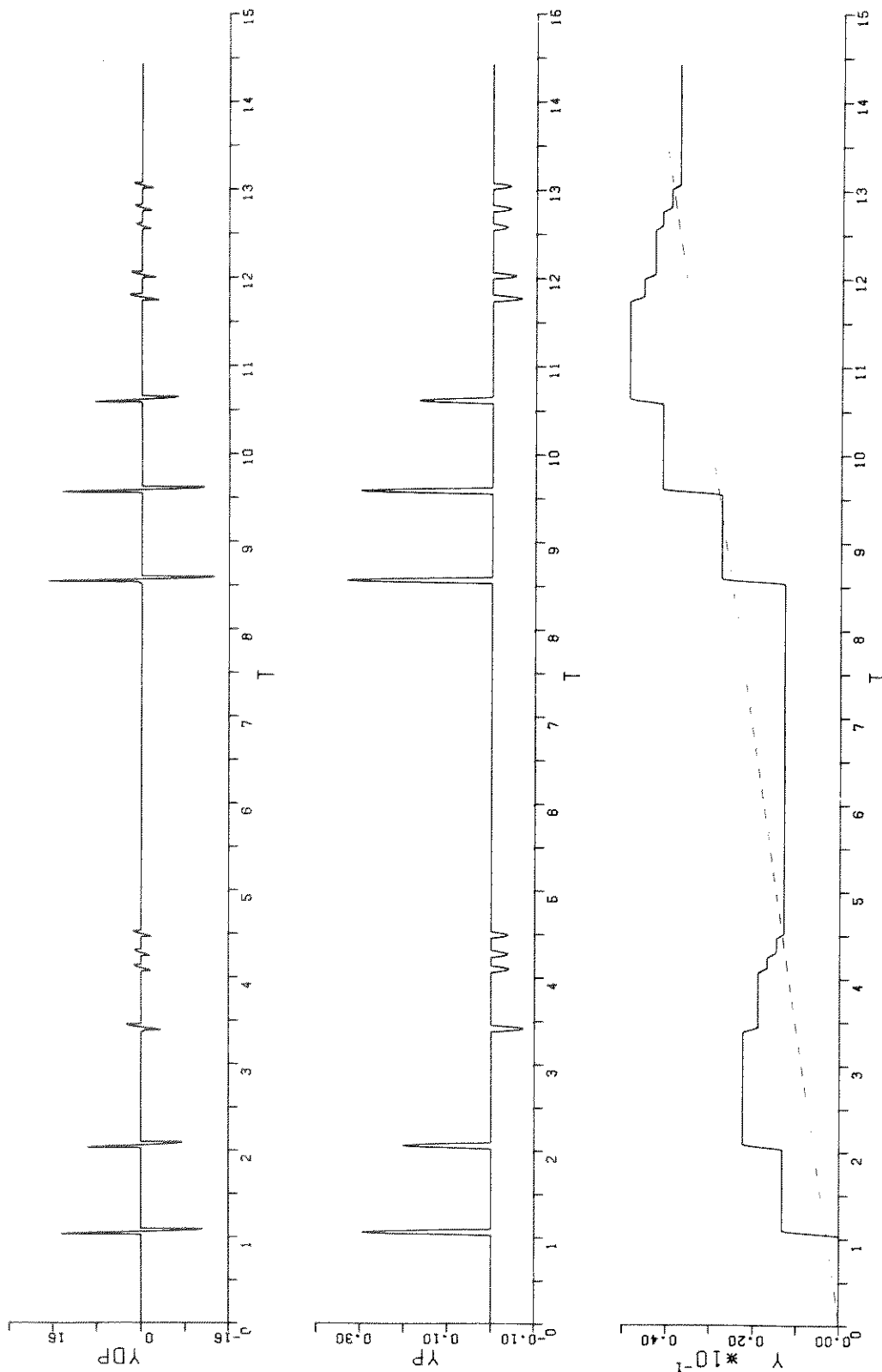
$a = 0,1$ $b = 0,2$ $c = 0,01$ m/s $\dot{z} = 0,003$ m/s

A4

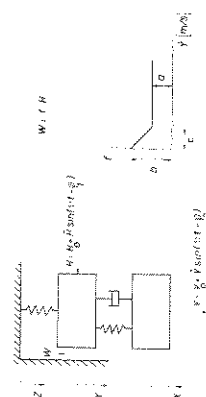
WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

R 1280

FIG 20



Y VERPLAATSING EINDOORSNEDE SCHUUF (Y) IN [m]
 YP SNEKHEID EINDOORSNEDE SCHUUF (Y) IN [m/s]
 YDP VERSNELLING EINDOORSNEDE SCHUUF (Y) IN [m/s²]



TWEEMASSAVEERSYSTEEM: BELASTING DOOR GOLVEN

REKENGEVAL B 23

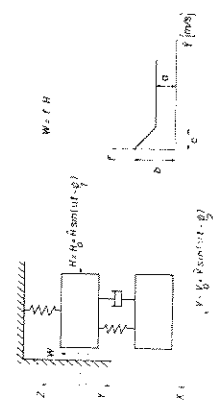
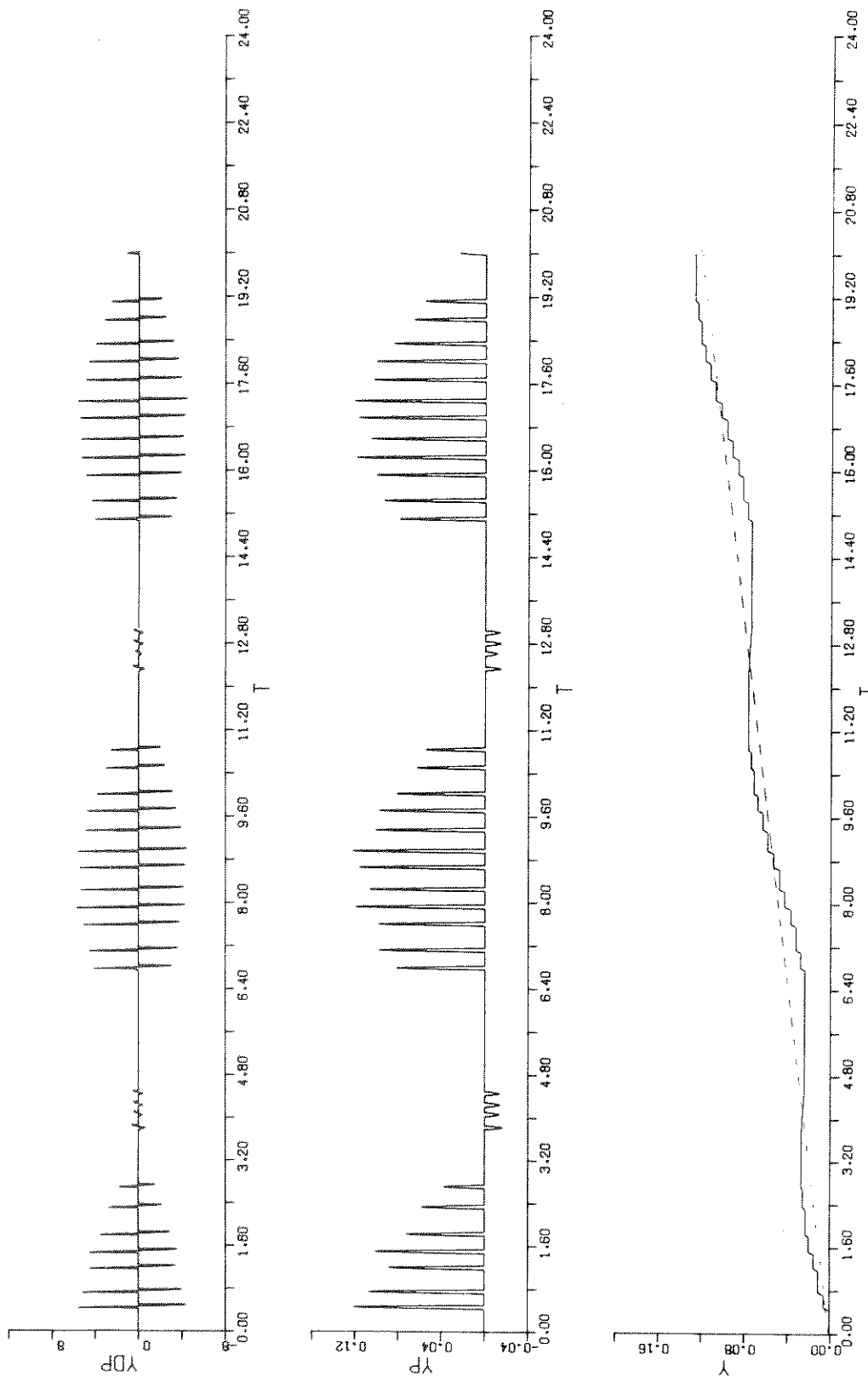
$a = 0,2$ $b = 0,5$ $c = 0,01 \text{ m/s}$ $\dot{z} = 0,003 \text{ m/s}$

A4

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

R 1280

FIG 21



Y VERPLAATSING EINDDOORSNEDE SCHUIF (Y) IN [m]
 YP SNELHEID EINDDOORSNEDE SCHUIF (Y) IN [m/s]
 YDP VERSNELLING EINDDOORSNEDE SCHUIF (Y) IN [m/s²]

TWEEMASSAVEERSYSTEEM: BELASTING DOOR GOLVEN

REKENGEVAL B 26

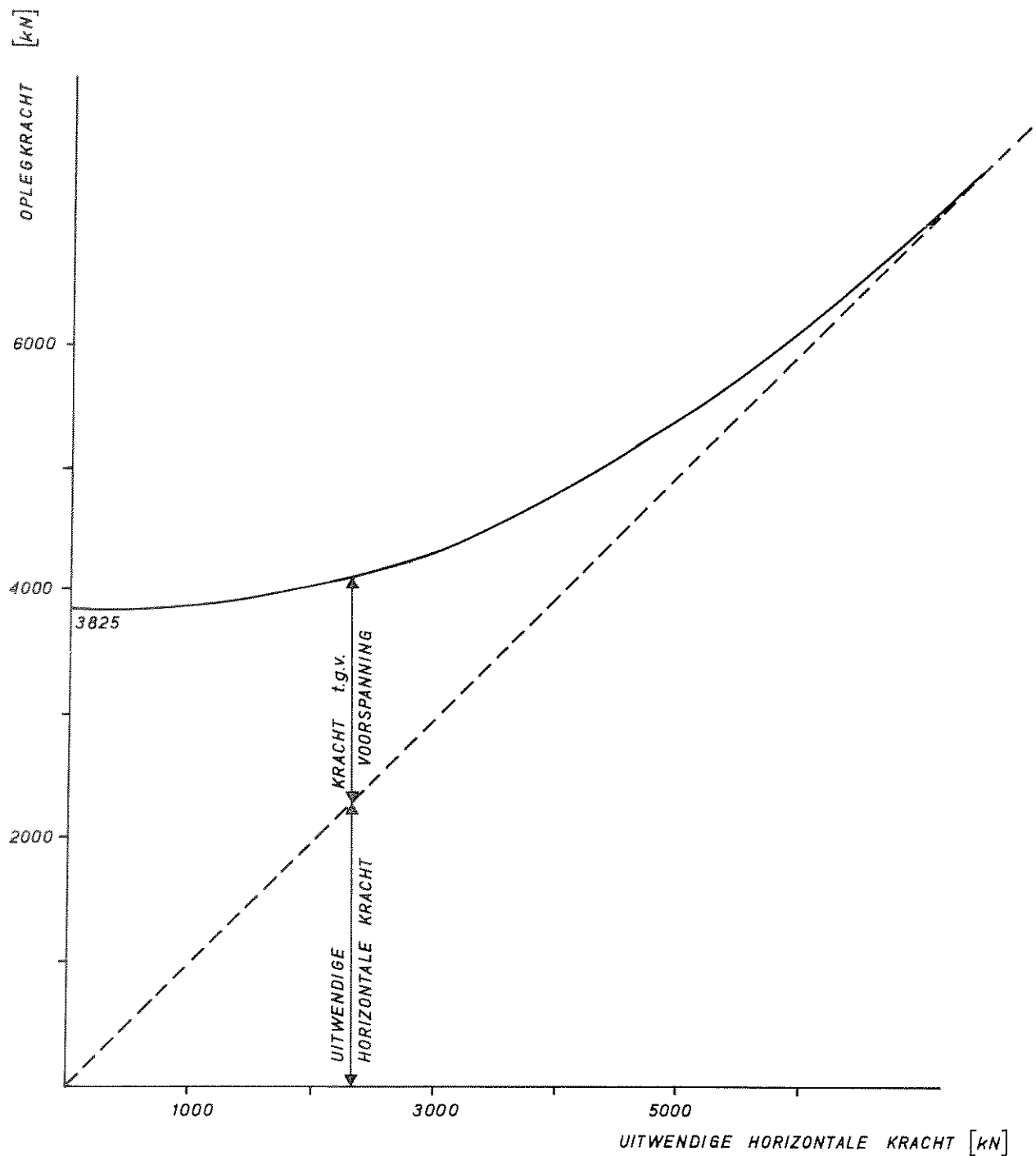
$a = 0,1$ $b = 0,2$ $c = 0,01 \text{ m/s}$ $\dot{z} = 0,006 \text{ m/s}$

A4

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

R 1280

FIG 22



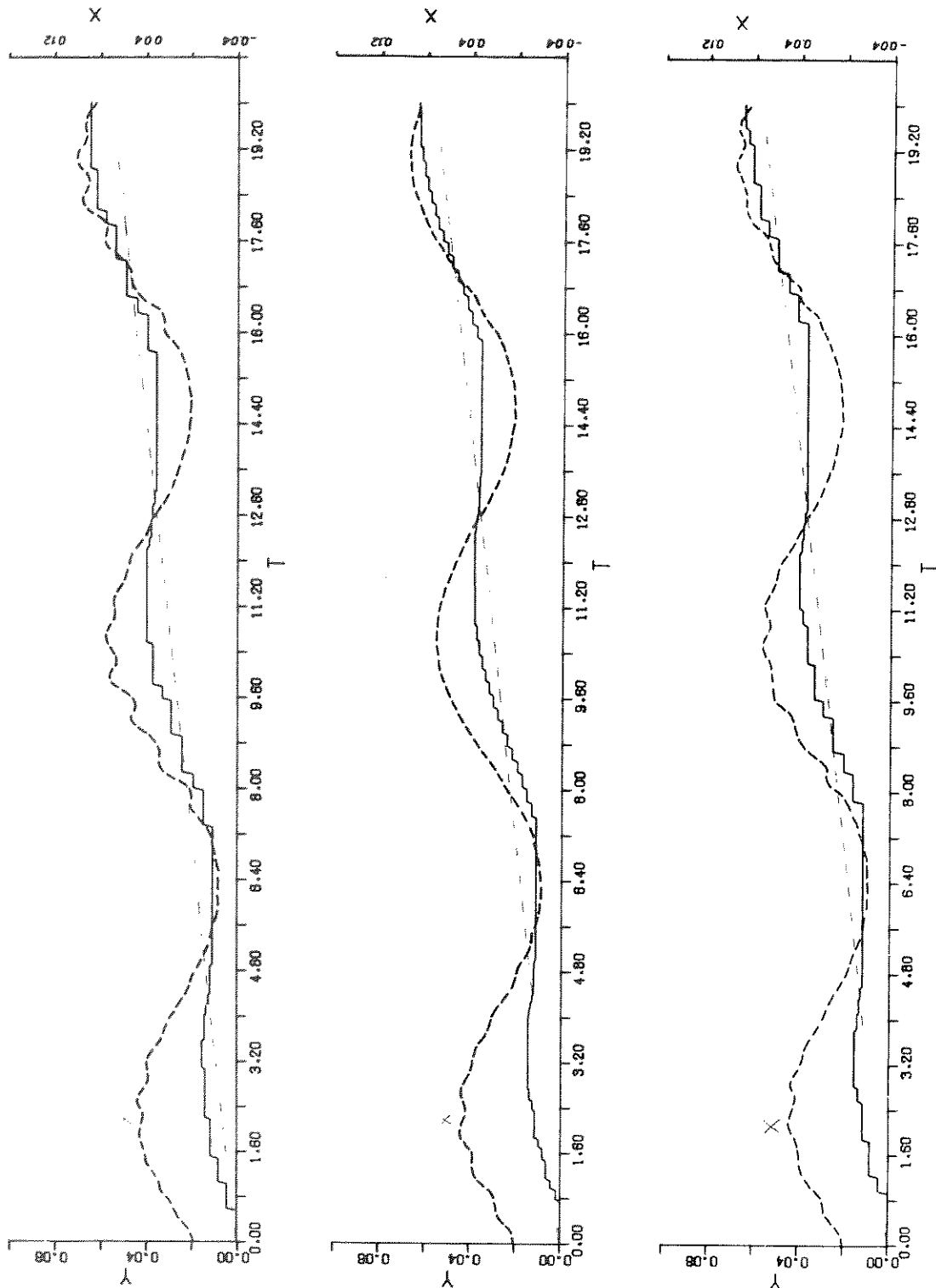
VERBAND TUSSEN UITWENDIGE HORIZONTALE
KRACHT EN OPLEGKRACHT t.g.v. VOORSPANNING

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

R 1280

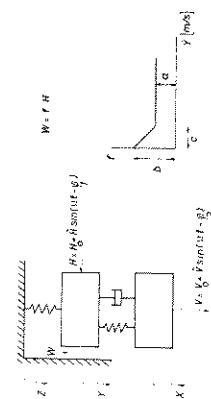
FIG 23

A4



X VERPLAATSING MIDDELIJNDESEDE SCHUIF (X) IN [m]

Y VERPLAATSING ENDOORSNEDE SCHUIF (Y) IN [m]



TWEEMASSAVEERSYSTEEM: BELASTING DOOR GOLVEN
 $a = 0,1 - 0,2 - 0,2$ $b = 0,2 - 0,24 - 0,3$
 SITUATIE EIND SLUITEN

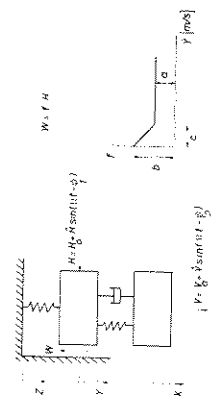
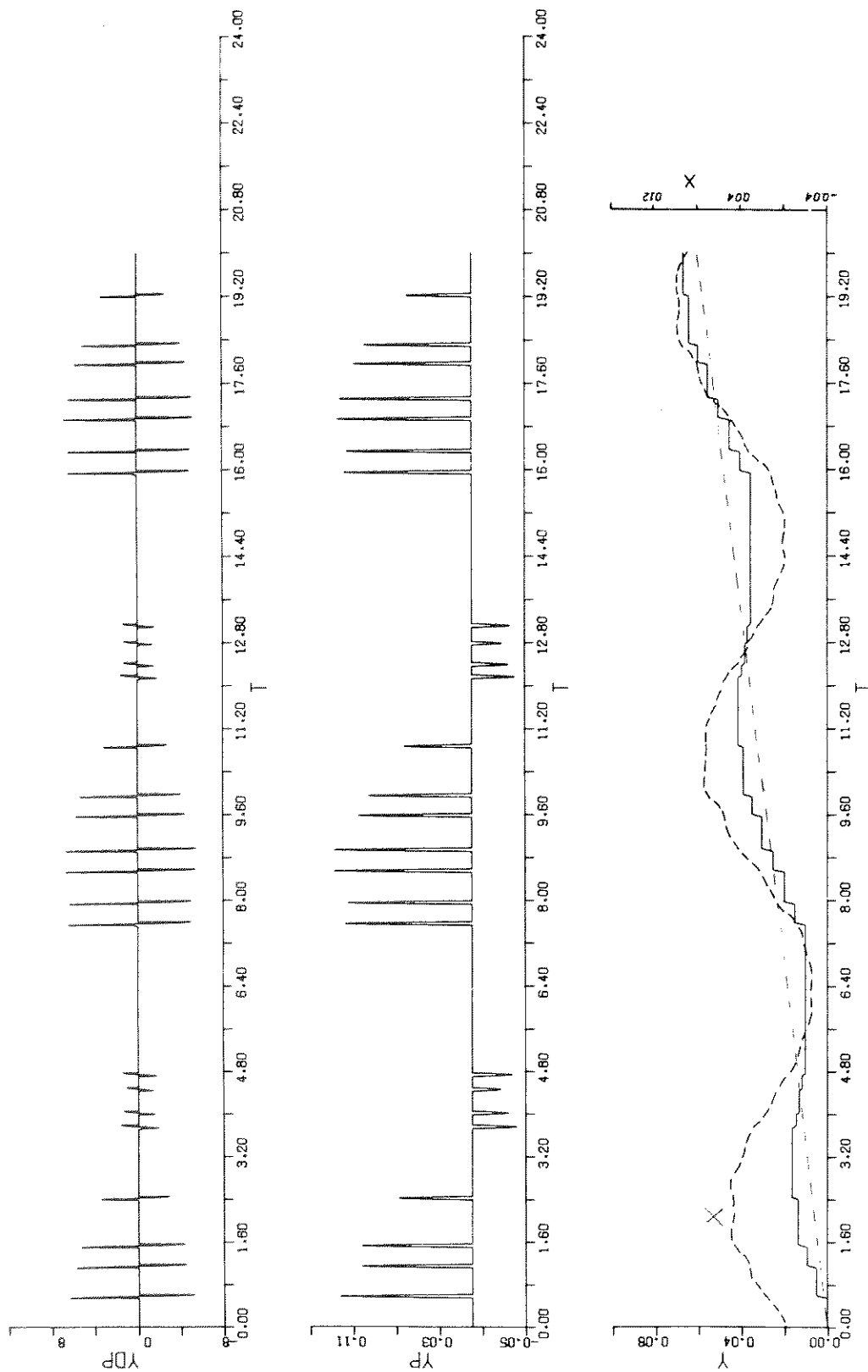
REKENGEGAL B 28,
 B 29 en B 30

A4

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

R 1280

FIG 24



TWEEMASSAVEERSYSTEEM: BELASTING DOOR GOLVEN

SITUATIE HALVERWEGE SLUITEN

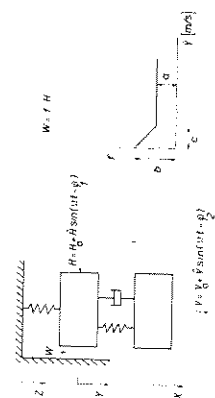
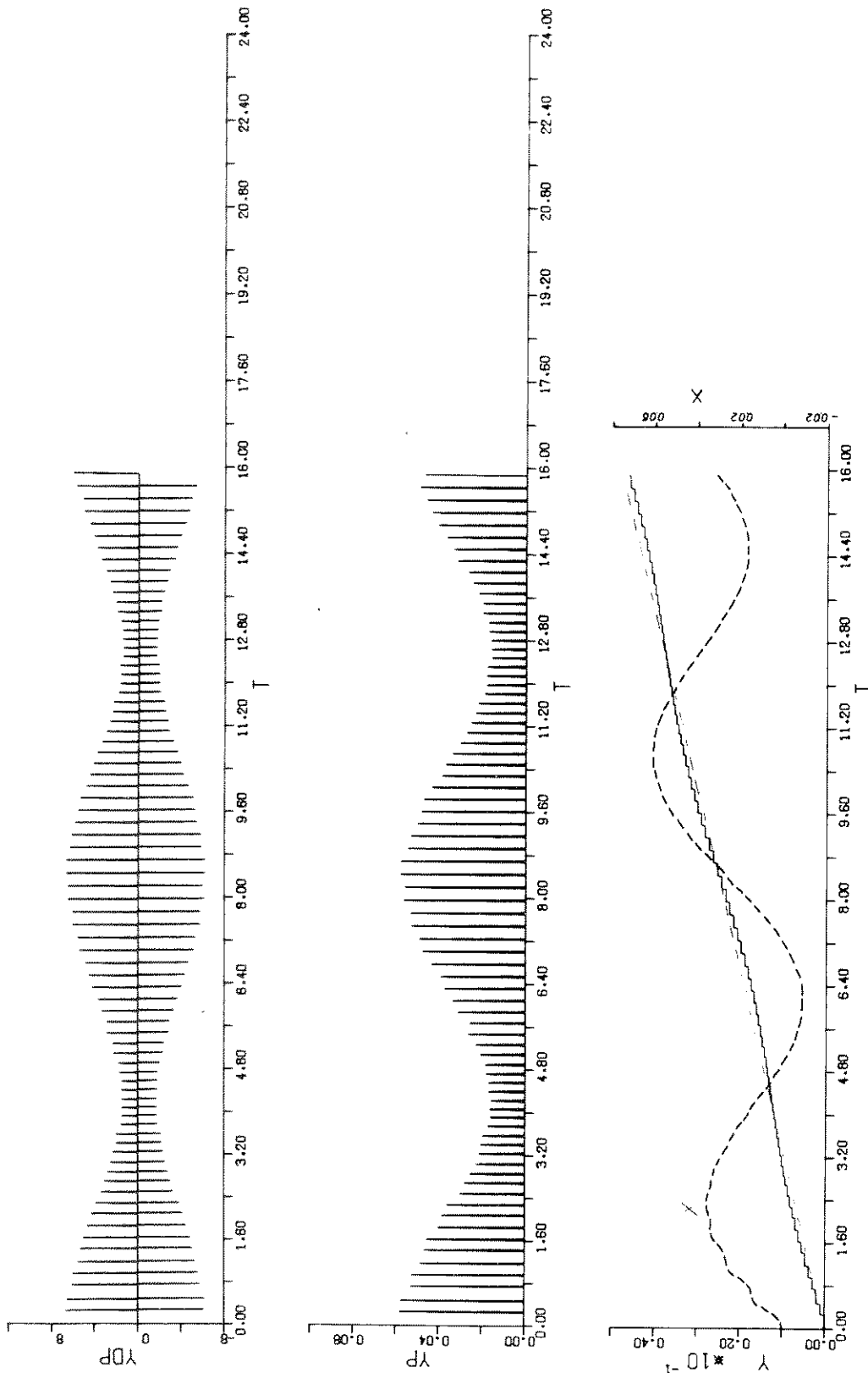
REKENGEVAL B 31

A4

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

R 1280

FIG 25



Y : VERPLAATSING EINDDOORSNEDE SCHUIF (Y) IN [m]
 YP : Snelheid EINDDOORSNEDE SCHUIF (Y) IN [m/s]
 YDP : VERSNELLING EINDDOORSNEDE SCHUIF (Y) IN [m/s²]

TWEEMASSAVEERSYSTEEM : BELASTING DOOR GOLVEN
 SITUATIE BEGIN SLUITEN

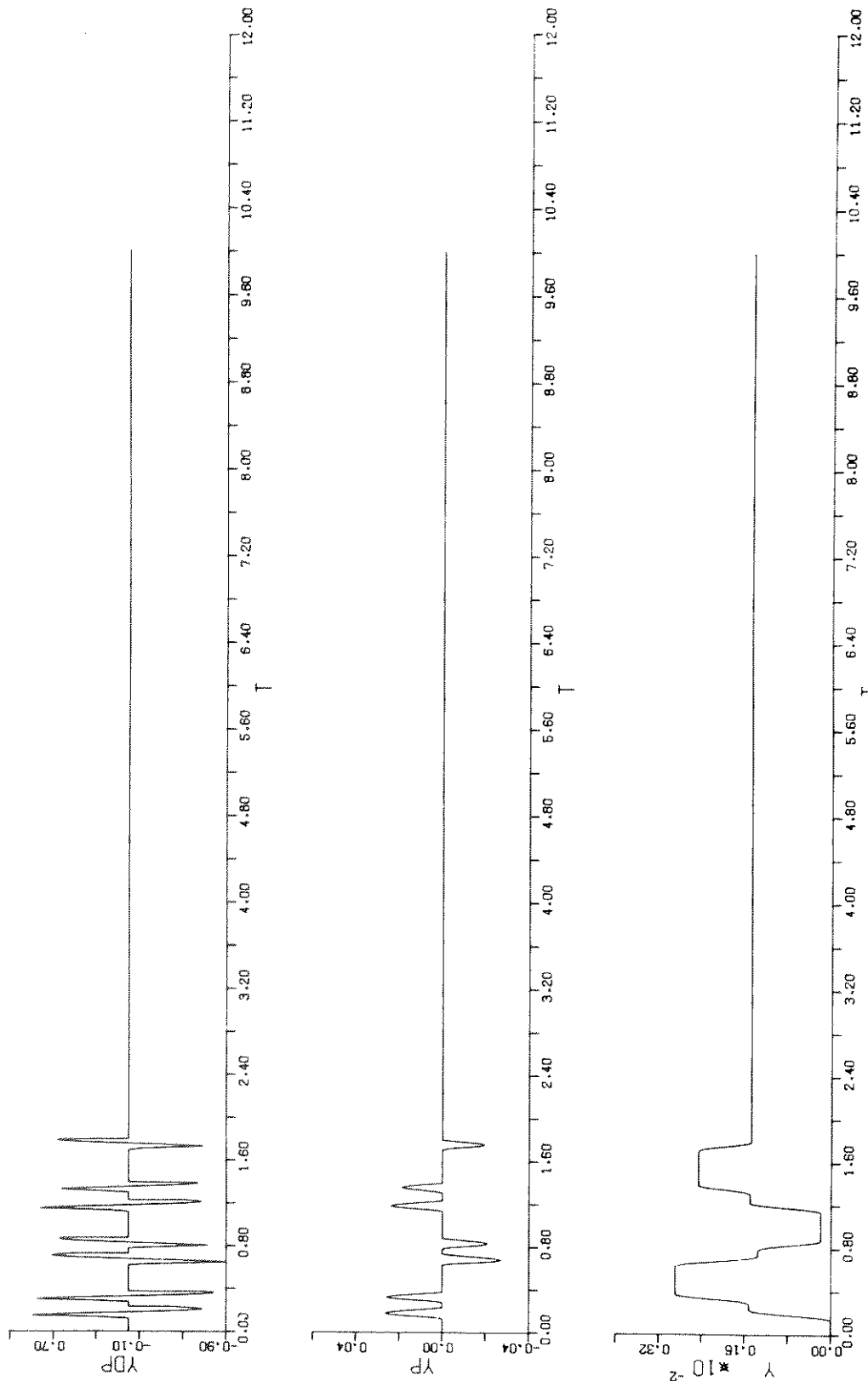
REKENGEVAL B 32

A4

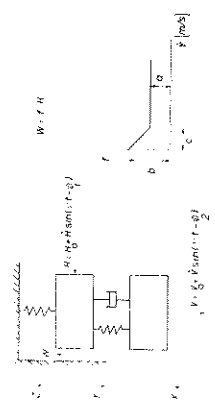
WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

R 1280

FIG 26



Y VERPLAATSING EINGEDORSNEDE SCHUIF (Y) IN m;
 YP SNELHEID EINGEDORSNEDE SCHUIF (Y) IN m/s;
 YDP VERSNELLING EINGEDORSNEDE SCHUIF (Y) IN m/s².



TWEEMASSAVEERSYSTEEM: BELASTING DOOR STROMING

REKENGEVAL C 3

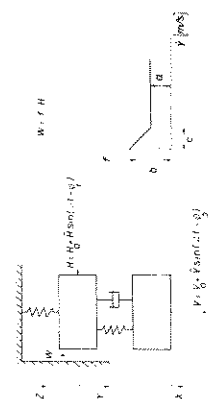
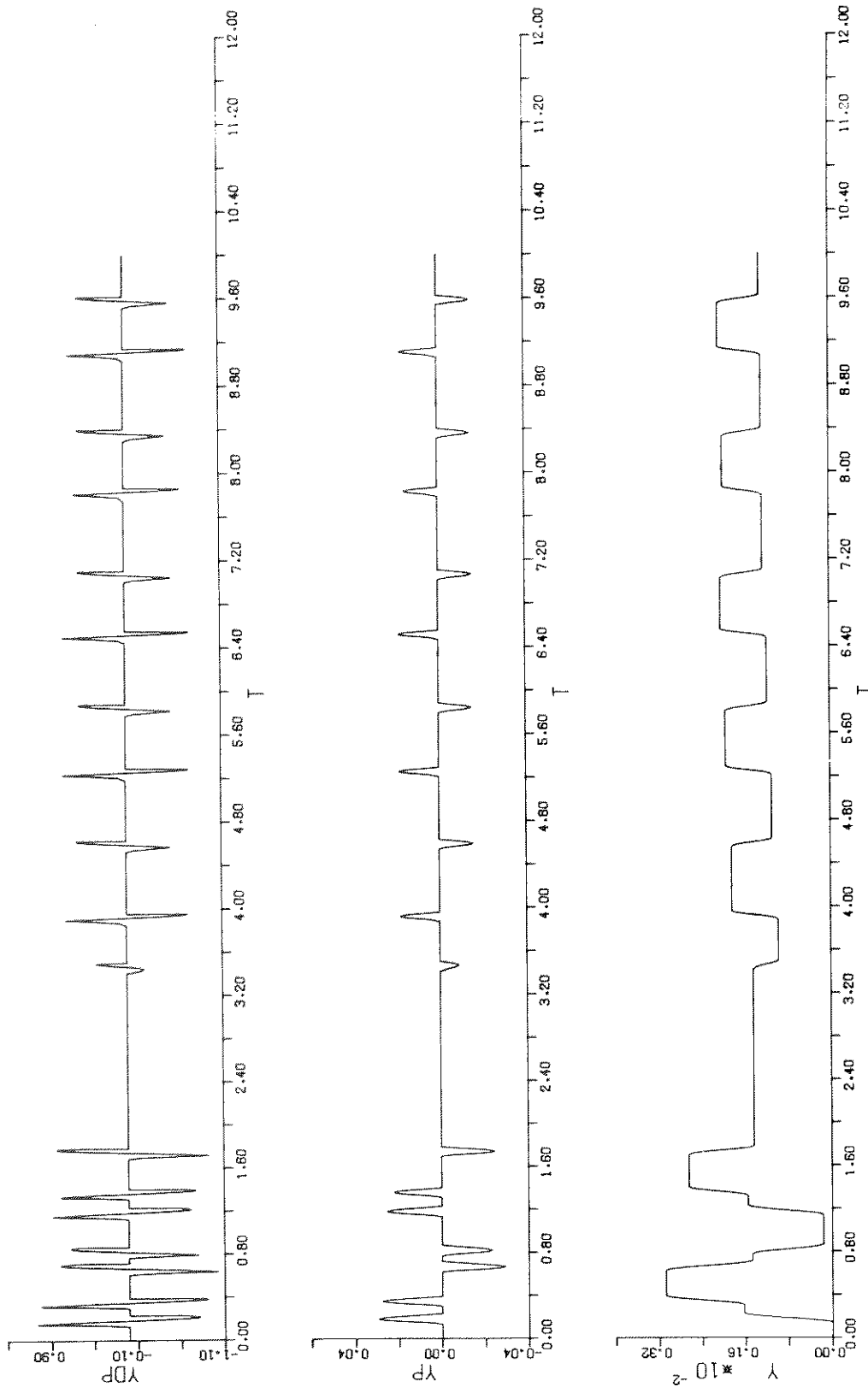
$\frac{W_{max}}{V_0} = 0,5 \quad \Omega = 5 \text{ rad/s} \quad a = 0,1 \quad b = 0,2$

A4

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

R 1280

FIG 27



Y VERPLAATSING EINDDOORSNEDE SCHUIF (Y) IN [m]
 YP SNELHEID EINDDOORSNEDE SCHUIF (Y) IN [m/s]
 YDP VERSNELLING EINDDOORSNEDE SCHUIF (Y) IN [m/s²]

TWEEMASSAVEERSYSTEEM: BELASTING DOOR STROMING

$$\frac{W_{max}}{V_0} = 0,5 \quad \Omega = 5 \text{ rad/s} \quad a = 0,2 \quad b = 0,5$$

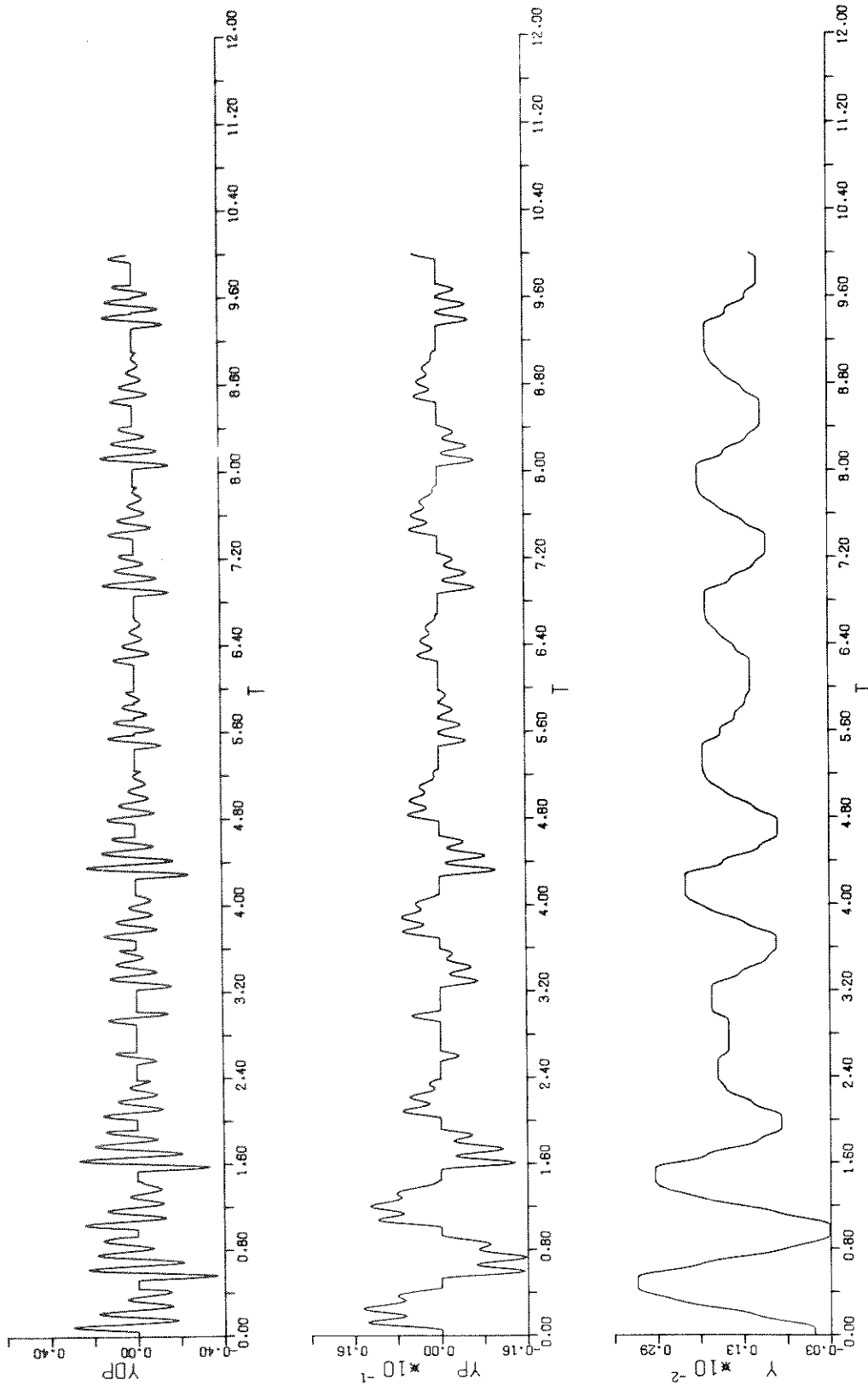
WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

REKENGEVAL C 28

A4

R 1280

FIG 28



TWEEMASSAVEERSYSTEEM : BELASTING DOOR STROMING

REKENGEVAL C 4

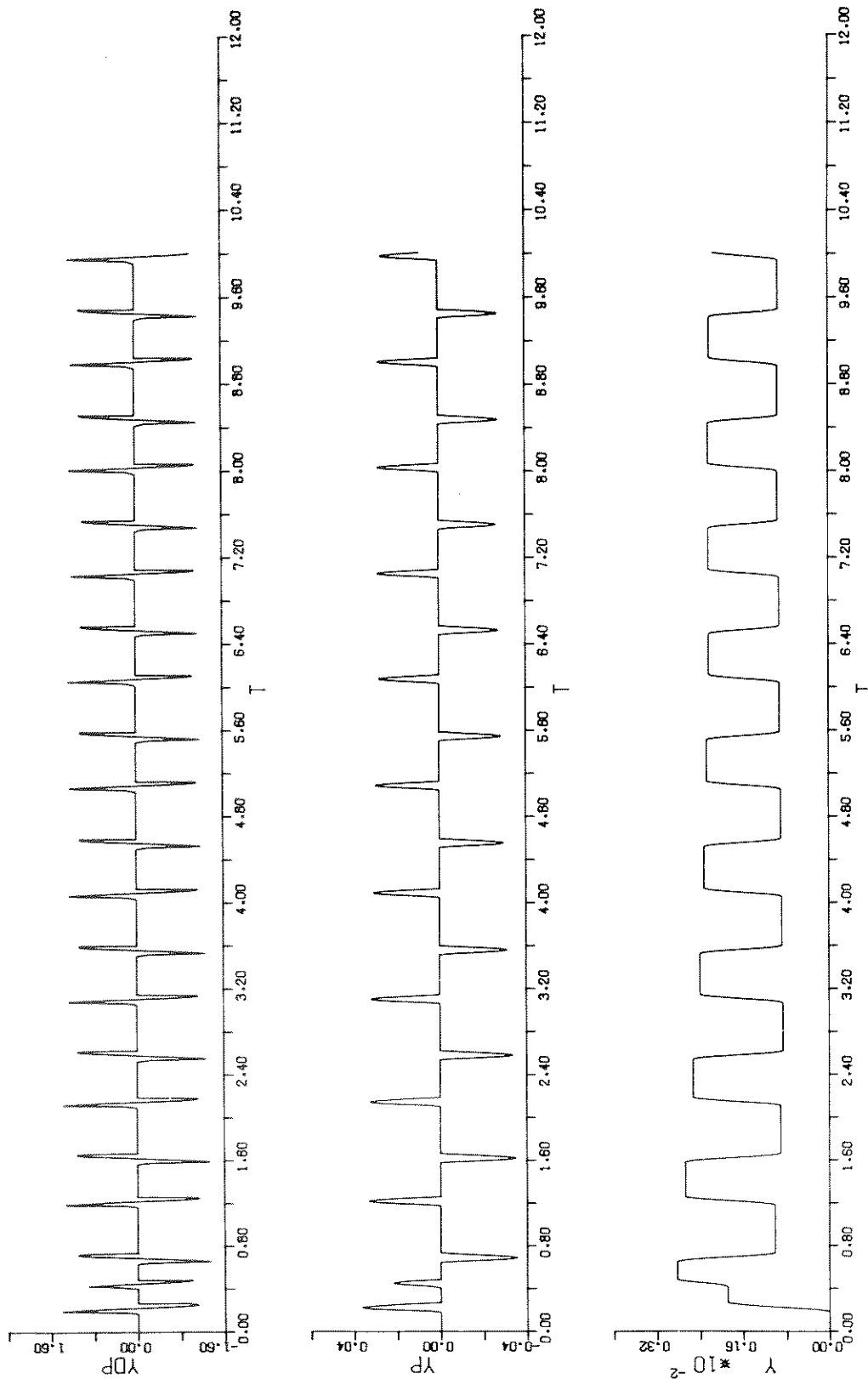
$$\frac{W_{max}}{V_0} = 0,1 \quad \Omega = 5 \text{ rad/s} \quad a = 0,1 \quad b = 0,2$$

A4

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

R 1280

FIG 29



TWEEMASSAVEERSYSTEEM: BELASTING DOOR STROMING

REKENGEVAL C 6

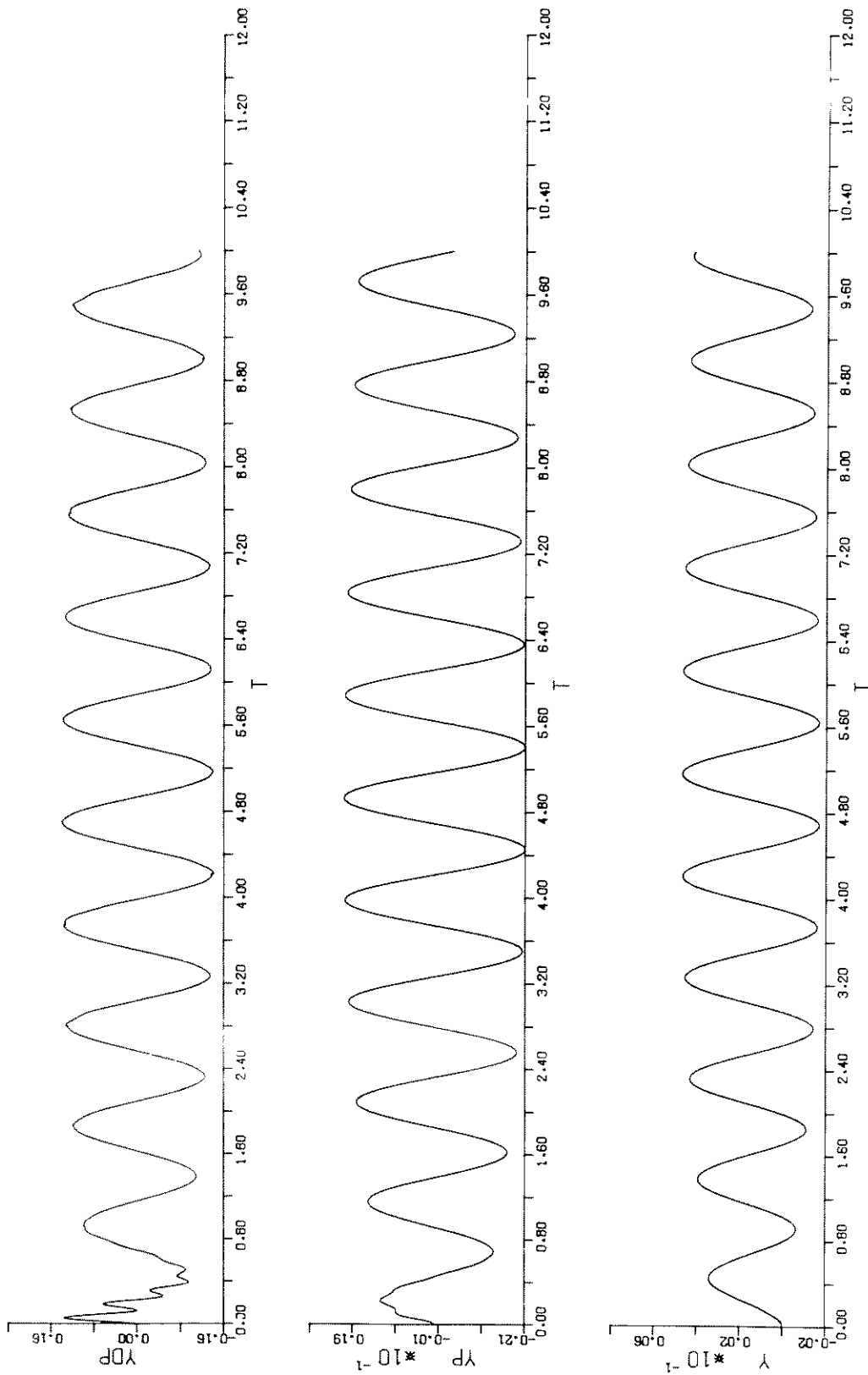
$$\frac{W_{max}}{V_0} = 0,9 \quad \Omega = 6,5 \text{ rad/s} \quad a = 0,1 \quad b = 0,2$$

A4

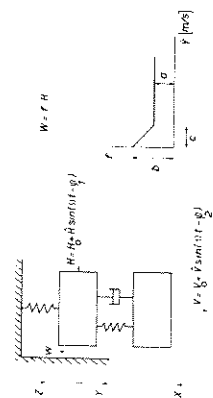
WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

R 1280

FIG 30



Y : VERPLAATSING EINDOORSNEDE SCHUIF (Y) IN [m]
 YP : SNELHEID EINDOORSNEDE SCHUIF (Y) IN [m/s]
 YDP : VERSNELLING EINDOORSNEDE SCHUIF (Y) IN [m/s²]



TWEEMASSAVEERSYSTEEM : BELASTING DOOR STROMING

REKENGEVAL C 10

$$\frac{W_{max}}{V_0} = 0$$

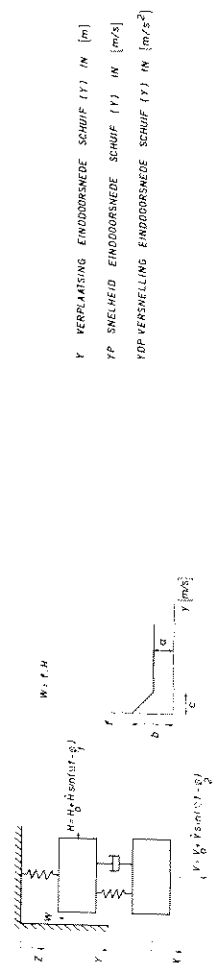
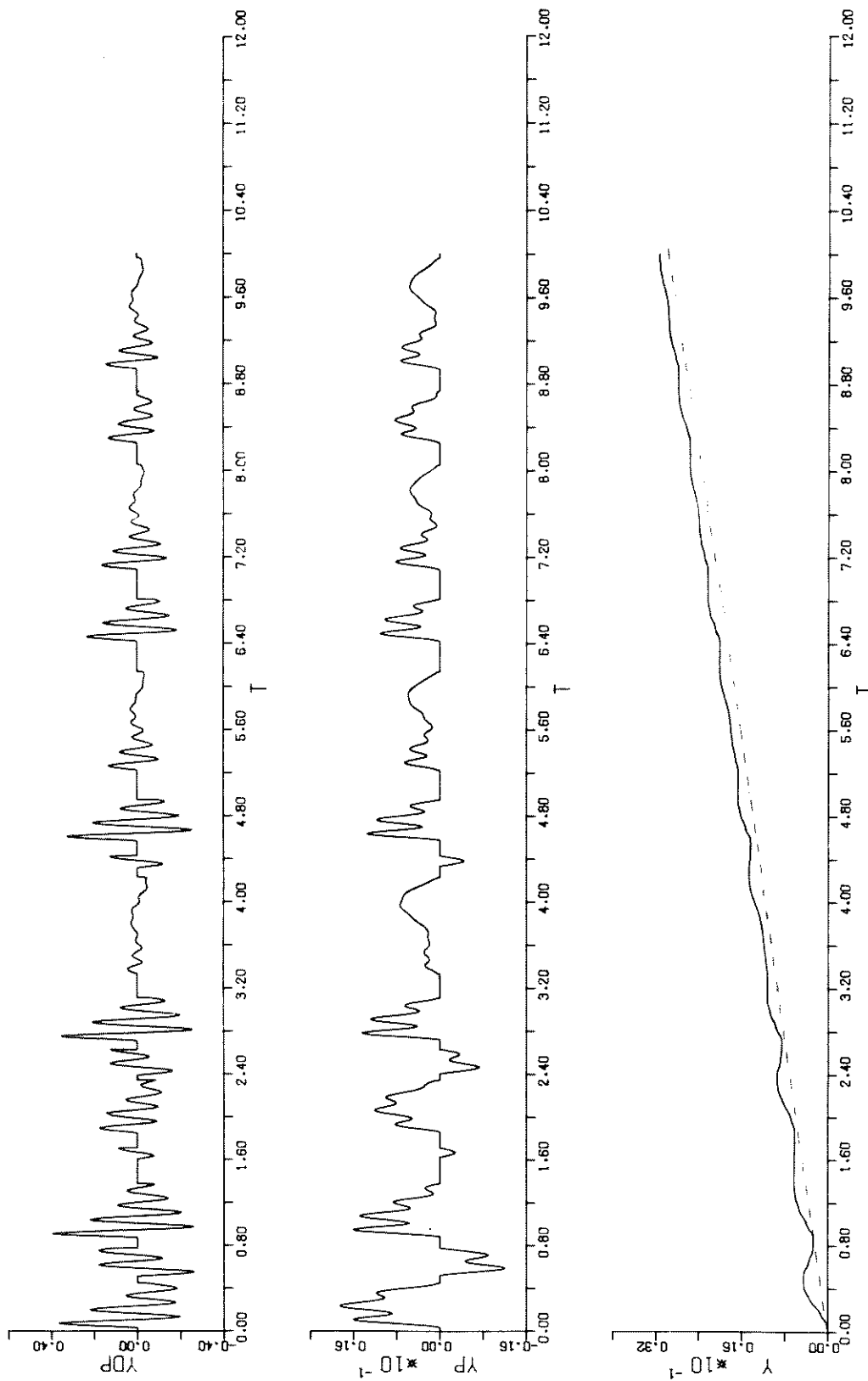
$$\Omega = 6,5 \text{ rad/s}$$

A4

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

R 1280

FIG 31



TWEEMASSAVEERSYSTEEM: BELASTING DOOR STROMING

REKENGEVAL C 51

$$\frac{W_{max}}{V_0} = 0,1$$

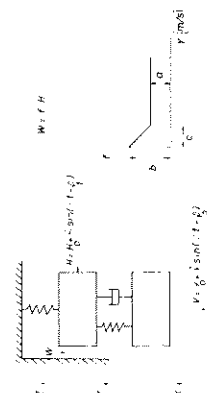
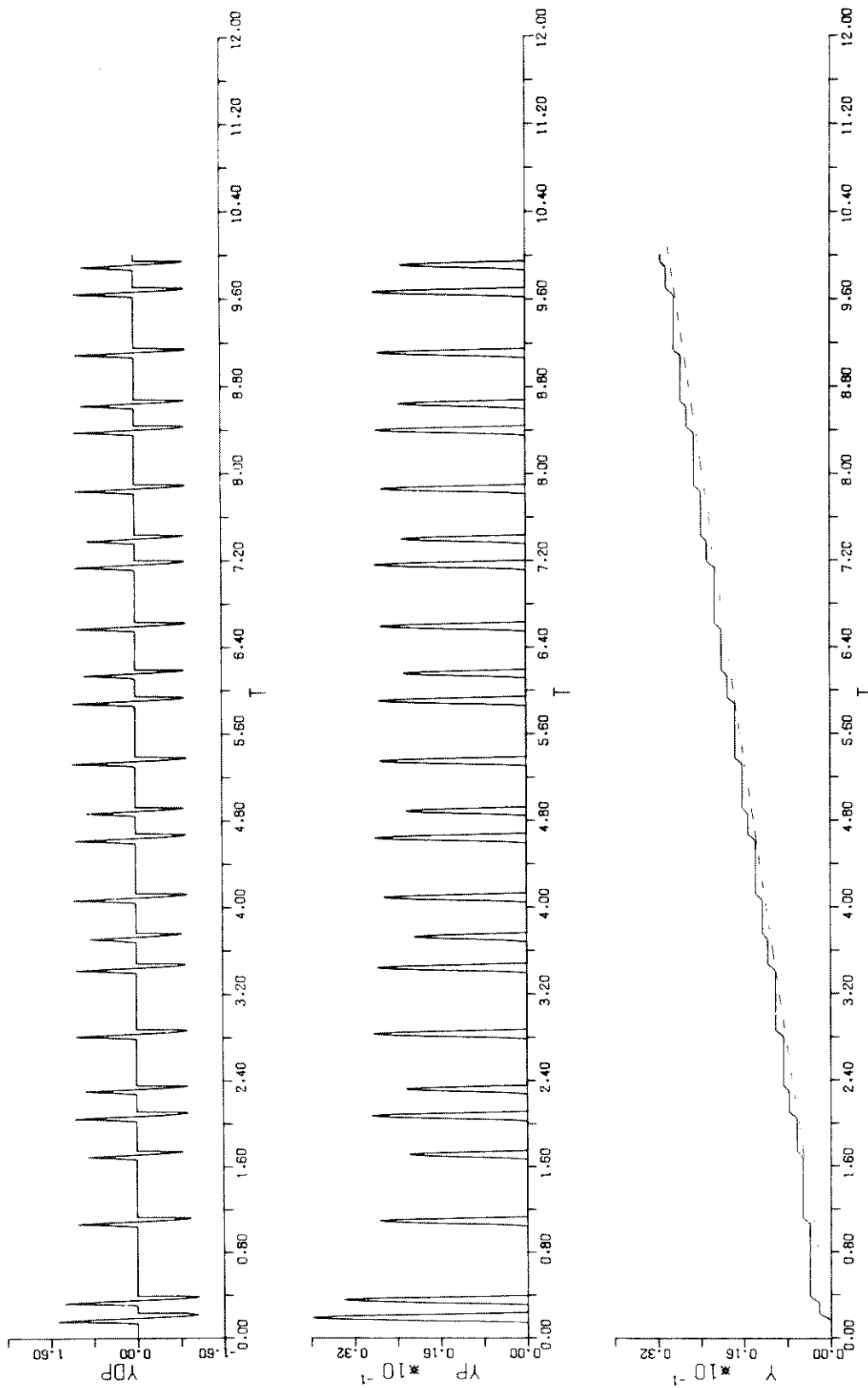
$$\Omega = 10 \text{ rad/s} \quad \dot{z} = 0,003 \text{ m/s}$$

A4

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

R 1280

FIG 32



TWEEMASSAVEERSYSTEEM: BELASTING DOOR STROMING

REKENGEVAL C 50

$$\frac{W_{max}}{V_0} = 0,9$$

$$\Omega = 10 \text{ rad/s} \quad \dot{z} = 0,003 \text{ m/s}$$

A4

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

R 1280

FIG 33

p.o. box 177

delft

the netherlands